

ANÁLISE DE LAJES MACIÇAS DE EDIFÍCIOS ATENDENDO AOS EFEITOS DA RETRAÇÃO RESTRINGIDA E ÀS AÇÕES GRAVÍTICAS

EMANUEL ANDRÉ DE OLIVEIRA FELISBERTO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Carvalho Marques de Faria

Coorientador: Professor Doutor Carlos Filipe Ferreira de Sousa

JUNHO DE 2015

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2014/2015

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2014/2015 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2015*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

À minha Família e à Filipa

“Look deep into nature, and then you will understand everything better”

ALBERT EINSTEIN

AGRADECIMENTOS

Queria aproveitar esta oportunidade, para agradecer a todos os que estiveram presentes no meu percurso e contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização desta dissertação.

Não podia deixar de manifestar o meu agradecimento ao orientador científico, Professor Doutor Rui Faria, pelo seu apoio e conhecimentos transmitidos que possibilitaram a concretização dos objetivos a alcançar nesta dissertação e ao coorientador científico, Professor Doutor Carlos Sousa, pela sua disponibilidade, paciência e pelos seus preciosos ensinamentos.

A todos os meus amigos de sempre, em especial ao Carlos Afonso, queria prestar uma palavra de gratidão, pelo companheirismo e pelas conversas que muitas vezes me ajudaram a tornar as ideias mais claras.

Aos meus pais, à minha irmã, à Mimi e à Filipa, aqui fica um grande e sincero obrigado, por todo o apoio incondicional e dedicação que demonstraram no decorrer destes meses, mas também ao longo da vida.

Sem vocês, não teria conseguido chegar tão longe. Um muito OBRIGADO por tudo!

RESUMO

A presente dissertação foi desenvolvida com o objetivo de caracterizar o comportamento estrutural, durante a fase de serviço, de lajes maciças de betão armado de piso restringidas axialmente devido às condições de apoio ou à ligação a outros elementos estruturais, considerando os efeitos das ações gravíticas e das deformações impostas. Nestes casos, ao haver restrição das deformações serão gerados esforços de tração nas lajes, que por sua vez ao atingirem o valor resistente de tração do betão originam o aparecimento de fendas. Perante estes dois tipos de efeitos, deformações impostas e ações gravíticas, as secções destas lajes encontram-se submetidas a flexão composta com tração. O controlo da fendilhação passará por adotar uma quantidade de armadura que permita um adequado comportamento em serviço da estrutura.

Para elucidar a situação em estudo, procedeu-se à simulação do comportamento do betão não fendilhado, analisando os fenómenos da retração e da fluência. Posteriormente, realizou-se a simulação do comportamento do betão fendilhado, considerando os efeitos de *tension softening* e *tension stiffening*, empregando um modelo de múltiplas fendas fixas com decomposição das extensões, que permite combinar os efeitos não-lineares da fendilhação com outros mecanismos, tais como a fluência e a retração.

Atendendo ao tema da dissertação, estudaram-se três cenários: (i) piso com $32 \times 32 \text{ m}^2$ restringido na sua periferia por um muro de betão armado; (ii) cenário anterior acrescido de quatro paredes de contraventamento; (iii) simplificação geométrica do primeiro cenário. No início de cada caso de estudo são descritas as propriedades dos materiais, a geometria, as ações atuantes e a quantificação da armadura requerida para garantir a resistência aos estados limites últimos e aos estados limites de fendilhação. Para estimar a quantidade de armadura empregam-se procedimentos correntes de projeto, assumindo um esforço de tração presente nas lajes, resultante do impedimento das deformações, igual ao esforço de fendilhação, N_{cr} , e garantindo uma abertura de fendas regulamentar de 0.3 mm.

Seguidamente, para confrontação de resultados procedeu-se à simulação numérica e análise dos casos de estudo, através do Método dos Elementos Finitos (MEF), usando o programa de cálculo DIANA. Estas análises permitiram retirar ilações importantes para ajudar os projetistas estruturais a definir o verdadeiro esforço de tração presente nas lajes e o padrão de fendilhação que estas assumem quando se encontram nas condições mencionadas anteriormente.

PALAVRAS-CHAVE: Retração, Lajes maciças de betão armado, Deformação imposta, Fendilhação do betão, Simulação numérica.

ABSTRACT

This dissertation was developed with the aim of characterizing the structural behaviour, during the service phase, of reinforced concrete solid slabs restrained axially due to the conditions of support or connection to other structural elements, considering the effects of gravity actions and imposed deformations. In these cases, the restraint of the deformations will be generated tensile stresses in the slabs, which in turn when reach the value of the tensile strength of the concrete originate the appearance of cracks. Given these two types of effects, imposed deformations and gravity actions, the sections of these slabs are subjected to a combined effect of axial and bending forces. The crack control go through the adoption of an amount of reinforcement which allows an appropriate behaviour of the structure in service.

To elucidate the situation under study, it was carried out a simulation of the uncracked concrete behaviour, analyzing the phenomena of shrinkage and creep. Subsequently, it was held a simulation of the cracked concrete behaviour, considering the effects of *tension softening* and *tension stiffening*, employing a multi-fixed crack model with strain decomposition, which combines the nonlinear effects of cracking with other mechanisms, such as creep and shrinkage.

Given the theme of the dissertation, it was studied three scenarios: floor with $32 \times 32 \text{ m}^2$ restrained in its periphery by a reinforced concrete wall; (ii) previous scenario plus four walls of bracing; (iii) geometric simplification of the first scenario. At the beginning of each case of study are described, the properties of the materials, the geometry of the scenario, the loads and the quantification of the reinforcement required to ensure resistance to ultimate limit states and serviceability limit states of cracking. To estimate the amount of reinforcement are employed current design procedures, assuming that the tensile stresses on the slabs, resulting from the restraint of the deformations, are equal to the stress of cracking, N_{cr} , and ensuring an regulatory crack width of 0,3 mm.

Then, for the confrontation of the results it was proceeded to a numerical simulation and analysis of the case studies, through the Finite Element Method (FEM), using the software DIANA. These analyses allowed to draw important lessons to help structural designers to set real tensile stresses on the slabs and the layout of the cracking pattern, when they assume the conditions mentioned above.

KEYWORDS: Shrinkage, Reinforced concrete solid slabs, Imposed Deformation, Cracked concrete, Numerical simulation.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	I
RESUMO	III
ABSTRACT	V
1. INTRODUÇÃO	1
1.1.ENQUADRAMENTO DO TEMA E OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO	1
1.2. ORGANIZAÇÃO EM CAPÍTULOS.....	4
2. ANÁLISE NÃO-LINEAR DO COMPORTAMENTO EM SERVIÇO DA ESTRUTURA DE BETÃO ARMADO	5
2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO BETÃO NÃO FENDILHADO.....	7
2.2.1. FLUÊNCIA.....	7
2.2.2. RETRAÇÃO	9
2.3. SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO BETÃO ARMADO FENDILHADO...	12
2.3.1. MODELO DE FENDILHAÇÃO DISTRIBUÍDA COM DECOMPOSIÇÃO DE EXTENSÕES	12
2.3.2. MODELOS DE RETENÇÃO DE TENSÕES DE TRAÇÃO.....	14
2.3.3. MODELO DE COMPORTAMENTO DO AÇO.....	18
2.3.4. DETERMINAÇÃO DA ABERTURA DE FENDAS E DA TENSÃO NO AÇO NA SECÇÃO DA FENDA	19
2.4. TIPO E DIMENSÃO DO ELEMENTO FINITO ADOTADO.....	23
3. ANÁLISE DE LAJES RESTRINGIDAS POR MUROS NA PERIFERIA.....	25
3.1. DESCRIÇÃO DO CASO EM ESTUDO.....	25
3.1.1. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E MODELAÇÃO DAS AÇÕES ATUANTES	26
3.1.2. FASEAMENTO CONSTRUTIVO	28
3.1.3. GEOMETRIA.....	29

3.1.4. QUANTIDADE DE ARMADURA REQUERIDA.....	31
3.2. ANÁLISES EFETUADAS	38
3.2.1. ANÁLISE NÃO-LINEAR GLOBAL.....	38
3.2.2. ANÁLISE NÃO-LINEAR PARCIAL.....	39
3.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	39
3.3.1. ANÁLISE NÃO-LINEAR GLOBAL.....	40
3.3.2. ANÁLISE NÃO-LINEAR PARCIAL.....	54
3.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	60
 4. ANÁLISE DE LAJES RESTRINGIDAS POR MUROS NA PERIFERIA E PAREDES DE CONTRAVENTAMEN- TO	 63
4.1. DESCRIÇÃO DO CASO DE ESTUDO	63
4.2. RESULTADO E DISCUSSÃO DAS ANÁLISES EFETUADAS	65
4.2.1. ANÁLISE NÃO-LINEAR GLOBAL.....	66
4.2.2. ANÁLISE NÃO-LINEAR PARCIAL.....	77
4.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	86
 5. ANÁLISE SIMPLIFICADA DE LAJES RESTRINGIDAS POR MUROS NA PERIFERIA.....	 89
5.1. DESCRIÇÃO DO CASO EM ESTUDO.....	89
5.2. RESULTADOS E DISCUSSÃO DAS ANÁLISES EFETUADAS.....	91
5.2.1. ANÁLISE NÃO-LINEAR GLOBAL.....	91
 6. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS ..	 95
6.1. CONCLUSÕES.....	95
6.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....	96
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	98

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1.1- Representação do padrão de fendilhação nos elementos estruturais de um parque de estacionamento subterrâneo. (Patrick e Wheeler, 2000)	1
Fig. 2.1- Componentes $\varepsilon_{ci}(t_0)$, ε_{cct, t_0} e $\varepsilon_{cs}(t)$ da deformação total de um elemento de betão sujeito a tensão constante, aplicada no instante de tempo t_0 . (Sousa, 2004).....	6
Fig. 2.2- Parcelas da componente de deformação $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ de um elemento de betão sujeito a uma carga no instante de tempo t_0 e descarga no instante de tempo t . (Araújo, 2002).....	7
Fig. 2.3- Influência da intensidade e da duração do carregamento sobre a fluência. Adaptado de (Favre <i>et al</i> , 1999).....	8
Fig. 2.4- Comportamento de um elemento de betão sujeito superiormente e inferiormente ao efeito da retração por secagem.....	10
Fig. 2.5- Variação de temperatura para simular, de modo simplificado, o efeito do abaixamento de temperatura associado ao calor de hidratação.....	12
Fig. 2.6- Representação da fendilhação num dado ponto de integração, simulada com o modelo multidirecional de fendilhação distribuída. (Diana, 2014).....	13
Fig. 2.7- Modelos de <i>tension cut-off</i> implementados no programa (Diana, 2014).....	14
Fig. 2.8- Diagrama de retenção de tensões de tração no betão simples (Sousa, 2004).....	15
Fig. 2.9- Distribuição de tensões, no betão e na interface armadura-betão, num elemento de betão armado fendilhado. Adaptado de (CEB-Manual, 1985).....	16
Fig. 2.10- Determinação da área de betão efetiva para: a) vigas; b) lajes; c) elementos em tração. Adaptado de (CEB-FIP, 1993).....	16
Fig. 2.11- Efeito de <i>tension stiffening</i> : diagrama tensão-extensão para o betão tracionado. Adaptado de (Sousa, 2004).....	17
Fig. 2.12- Identificação da zona de <i>tension stiffening</i> numa laje de betão armado de espessura reduzida.....	18
Fig. 2.13- Efeito de <i>tension stiffening</i> : diagrama esforço-extensão para um tirante de betão armado tracionado (Sousa, 2004).....	19
Fig. 2.14- Diagrama tensão-extensão considerado para a armadura no presente trabalho.....	19
Fig. 2.15- Distribuição, simplificada, de tensões no betão, na armadura e na interface entre os dois materiais (Sousa, 2004).....	21
Fig. 2.16- Representação esquemática do ângulo de inclinação das fendas com a armadura. Adaptado de (Pimentel, 2013).....	22
Fig. 2.17- Representação em corte de uma laje de BA com a indicação da localização dos pontos de Gauss utilizados na sua modelação.....	23
Fig. 2.18- Representação dos 5 graus de liberdade num elemento finito de casca curvo (Diana, 2014).....	24
Fig. 2.19- Elemento finito adotado neste trabalho, CQ40S (Diana, 2014).....	24

Fig. 2.20- Representação das dimensões dos elementos finitos empregados nas análises.....	24
Fig. 3.1- Representação do caso em estudo: a) Alçado de um edifício de 6 pisos com representação da laje analisada; b) Planta do Piso 0.....	25
Fig. 3.2- Reprodução do quarto de piso modelado nesta análise (Diana, 2014).....	26
Fig. 3.3- Sequência da aplicação das ações, considerando a escala de tempo real e a escala de tempo na análise.....	28
Fig. 3.4- Representação das dimensões dos elementos estruturais consideradas no presente trabalho. Em que a) muro, b) laje e c) viga.....	30
Fig. 3.5- Definição da espessura equivalente.....	31
Fig. 3.6- Representação do padrão de fendilhação no muro através de vetores normais às fendas em cada ponto de integração, a longo prazo.....	32
Fig. 3.7- Representação da quantidade de armadura estimada para as vigas.....	32
Fig. 3.8- Equilíbrio em flexão composta com tração, numa secção fendilhada, para um esforço axial com pequena excentricidade. Adaptado de (Carvalho, 2013).....	33
Fig. 3.9- Flexão composta em fase elástica fendilhada (Figueiras, 1993).....	33
Fig. 3.10- Representação do quarto de piso em planta com a nomenclatura de apoio à obtenção dos momentos fletores.....	36
Fig. 3.11- Armadura adotada no início das análises numéricas.....	37
Fig. 3.12- Representação das distâncias modeladas na análise.....	38
Fig. 3.13- Representação do quarto de piso com indicações necessárias para a definição dos resultados obtidos nas análises.....	40
Fig. 3.14- Evolução da flecha ao longo do tempo no centro do painel S13.....	40
Fig. 3.15- Representação, em perspetiva, das deformações totais da estrutura a longo prazo.....	41
Fig. 3.16- Representação, em planta, das deformações totais das lajes do piso a longo prazo.....	41
Fig. 3.17- Mapa de deformações nas lajes, a longo prazo, em mm.....	42
Fig. 3.18- Mapa de deformações no muro, a longo prazo, em mm.....	42
Fig. 3.19- Apoio à determinação da extensão média nos painéis do piso em estudo, em que u representa o deslocamento e L a dimensão de cada painel de laje.....	44
Fig. 3.20- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção X	45
Fig. 3.21- Evolução da extensão média (3-4) ao longo do tempo.....	46
Fig. 3.22- Evolução da extensão média (13-14) ao longo do tempo.....	46
Fig. 3.23- Reações axiais nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo...	47
Fig. 3.24- Reações axiais nodais, ao longo do lado 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo...	47
Fig. 3.25- Reações axiais nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, a longo prazo.....	48
Fig. 3.26- Rácio entre o esforço axial que advém da análise, a longo prazo, e o esforço axial N_{cr}	48
Fig. 3.27- Momentos fletores nodais ao longo do lado 1 da estrutura para quatro períodos de tempo.....	49

Fig. 3.28- Momentos fletores nodais ao longo do lado 1 da estrutura após a aplicação das sobrecargas.....	49
Fig. 3.29- Padrão de fendilhação na superfície inferior das lajes, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.....	50
Fig. 3.30- Padrão de fendilhação na superfície superior da laje, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.....	50
Fig. 3.31- Evolução da abertura de fendas na superfície superior do painel S16 (no elemento finito onde a abertura de fendas é maior), ao longo do tempo.....	51
Fig. 3.32- Evolução da abertura de fendas na superfície inferior do painel S13 (no elemento finito onde a abertura de fendas é maior), ao longo do tempo.....	51
Fig. 3.33- Reações axiais nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo...	53
Fig. 3.34- Momentos fletores nodais ao longo do lado 1 da estrutura para quatro períodos de tempo.....	54
Fig. 3.35- Evolução da flecha ao longo do tempo no centro do painel S16.....	54
Fig. 3.36- Mapa de deformações nas lajes, a longo prazo, em mm.....	55
Fig. 3.37- Mapa de deformações no muro, a longo prazo, em mm.....	55
Fig. 3.38- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção X.....	56
Fig. 3.39- Reações axiais nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo...	57
Fig. 3.40- Rácio entre o esforço axial obtido na análise e o esforço axial de fendilhação, N_{cr}	57
Fig. 3.41- Momentos fletores nodais ao longo do lado 1 da estrutura para quatro períodos de tempo.....	58
Fig. 3.42- Padrão de fendilhação nas lajes, na superfície inferior, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.....	58
Fig. 3.43- Padrão de fendilhação nas lajes, na superfície superior, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.....	59
Fig. 3.44- Comparação dos rácios entre o esforço axial obtido na análise e o esforço axial de fendilhação para a ANL global e a ANL parcial, aos 30 anos.....	61
Fig. 4.1- Representação do caso em estudo: a) Alçado de um edifício de 6 pisos com representação da laje analisada; b) Planta do Piso 0. Dimensões definidas em m.....	63
Fig. 4.2- Reprodução do quarto de piso modelado nesta análise (Diana, 2014).	64
Fig. 4.3- Pormenorização das armaduras adotadas para as paredes de betão armado.	65
Fig. 4.4- Representação da modelação da parede na análise.	65
Fig. 4.5- Legendagem dos lados e dos painéis da laje, e indicação da zona com armadura reforçada (dimensões em m).	66
Fig. 4.6- Evolução da flecha ao longo do tempo no centro do painel S20.	66
Fig. 4.7- Representação das deformações totais das lajes, a longo prazo.	67
Fig. 4.8- Mapa de deformações nas lajes, a longo prazo, em mm.	68

Fig. 4.9- Mapa de deformações no muro, a longo prazo, em mm.	68
Fig. 4.10- Apoio à determinação da extensão média nos painéis do piso em estudo, em que u representa o deslocamento e L a dimensão de cada painel de laje.	69
Fig. 4.11- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção X	70
Fig. 4.12- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção Y	71
Fig. 4.13- Reações axiais nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo. .	71
Fig. 4.14- Reações axiais nodais, ao longo do lado 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo. .	72
Fig. 4.15- Rácio entre a reação axial que advém da análise, aos 4 anos, e o esforço axial de fendilhação, ao longo do lado 1.	72
Fig. 4.16- Rácio entre a reação axial que advém da análise, a longo prazo, e o esforço axial de fendilhação, ao longo do lado 2.	73
Fig. 4.17- Identificação das vigas em estudo.	73
Fig. 4.18- Momentos fletores nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo.	74
Fig. 4.19- Momentos fletores nodais, ao longo do lado 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo.	75
Fig. 4.20- Padrão de fendilhação na superfície inferior das lajes, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.	75
Fig. 4.21- Padrão de fendilhação na superfície superior das lajes, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.	76
Fig. 4.22- Evolução da flecha ao longo do tempo no centro do painel S20.	77
Fig. 4.23- Representação das deformações totais das lajes, a longo prazo.	78
Fig. 4.24- Mapa de deformações nas lajes, a longo prazo, em mm.	78
Fig. 4.25- Mapa de deformações no muro, a longo prazo, em mm.	79
Fig. 4.26- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção X	80
Fig. 4.27- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção Y	81
Fig. 4.28- Reações axiais nodais ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo. .	81
Fig. 4.29- Reações axiais nodais ao longo do lado 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo. .	82
Fig. 4.30- Rácio entre a reação axial que advém da análise, aos 4 anos, e o esforço axial de fendilhação, ao longo do lado 1.	82
Fig. 4.31- Rácio entre a reação axial que advém da análise, a longo prazo, e o esforço axial de fendilhação, ao longo do lado 2.	83
Fig. 4.32- Momentos fletores nodais ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo.	83

Fig. 4.33- Momentos fletores nodais ao longo do lado 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo.	84
Fig. 4.34- Padrão de fendilhação na superfície inferior das lajes, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.	84
Fig. 4.35- Padrão de fendilhação na superfície superior das lajes, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.	85
Fig. 4.36- Comparação dos rácios entre o esforço axial obtido na análise e o esforço axial de fendilhação para a ANL global e a ANL parcial, aos 4 anos.	87
Fig. 4.37- Comparação dos rácios entre o esforço axial obtido na análise e o esforço axial de fendilhação para a ANL global e a ANL parcial, aos 4 anos.	87
Fig. 5.1- Representação da faixa em estudo (dimensões em m).	89
Fig. 5.2- Condições de apoio consideradas na análise.	90
Fig. 5.3- Exemplos de validação. a) estrutura global; b) faixa da estrutura.	90
Fig. 5.4- Apoio à determinação da extensão média nos painéis em estudo, em que u representa o deslocamento e L a dimensão de cada painel de laje (dimensões em m).	91
Fig. 5.5- Esquema com a indicação dos rácios entre a deformação média obtida nas análises e a deformação livre do betão, na zona da faixa em estudo.	92
Fig. 5.6- Identificação do Lado 3.	92
Fig. 5.7- Representação do caso de estudo 1 com a identificação da zona de reações comparáveis com o caso de estudo 3.	93
Fig. 5.8- Média móvel da reação axial a longo prazo, nos bordos assinalados, kN/m.	94
Fig. 6.1- Exemplo proposto de um piso com elevada restrição.	97
Fig. 6.2- Exemplo proposto de um piso de uma estrutura com zonas enfraquecidas devido à sua disposição estrutural. Adaptado de (Figueiras,1997).	97

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.1- Representação dos resultados, (N/N _{cr}), obtidos por (Câmara e Figueiredo, 2012).	2
Tabela 1.2- Representação dos resultados, (N/N _{cr}), obtidos por (Câmara e Luís, 2006)	2
Tabela 2.1- Valores de βt e $\tau b k$ de acordo com o MC90 (CEB-FIP, 1993).....	21
Tabela 3.1- Propriedades dos materiais presentes neste trabalho.....	27
Tabela 3.2- Valores máximos aceitáveis para a largura de fendas, em elementos de betão armado, em combinação de ações quase-permanente. Adaptado do EC2 (CEN, 2010).....	29
Tabela 3.3- Momentos fletores relativos ao ELU e respetivas armaduras. Acompanhar com a Fig. 3.10.....	35
Tabela 3.4- Momentos fletores relativos ao ELS e respetivas armaduras. Acompanhar com a Fig. 3.10.....	37
Tabela 3.5- Armaduras requeridas quando se faz uma análise não-linear, comparadas com as estimadas considerando um esforço axial igual a N_{cr} , de modo a garantir-se uma $w_k = 0,3mm$	39
Tabela 3.6- Flechas, em mm, obtidas nos pontos mais desfavoráveis de cada painel da laje, a longo prazo, comparadas com o limite máximo prescrito pelo EC2.....	43
Tabela 3.7- Rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, a longo prazo.....	44
Tabela 3.8- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90, com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), para o painel S16.....	52
Tabela 3.9- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90, com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), para o painel S13.....	52
Tabela 3.10- Rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, a longo prazo.....	53
Tabela 3.13- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90 com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S16.....	59
Tabela 3.14- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90 com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S13.....	60
Tabela 3.15- Quadro síntese do capítulo 3, com a apresentação em valores máximos.....	60
Tabela 3.16- Comparação das armaduras empregadas na análise não-linear, com as estimadas considerando um esforço axial igual a 0 em ELU e ELS e um esforço igual a N_{cr}	61

Tabela 4.1- Representação do somatório das reações nodais na viga 1 e 2.....	74
Tabela 4.2- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90 com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S16.....	76
Tabela 4.3- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (com $N=N_{cr}$ MC90) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S13.....	77
Tabela 4.4- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90 com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S16.....	85
Tabela 4.5- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90 com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S13.....	86
Tabela 4.6- Quadro síntese do capítulo 4, com a apresentação de valores máximos.....	86
 Tabela 5.1- Rácio entre as extensões médias provenientes da análise e as deformações livres do betão.....	 91
Tabela 5.2- Confrontação de resultados entre casos de estudo.....	93

SÍMBOLOS, ACRÓNIMOS E ABREVIATURAS

Para clareza de exposição, no texto citar-se-á a descrição de cada símbolo e abreviatura no decorrer da sua primeira utilização. A lista que se segue é definida por ordem alfabética.

A	Área da secção transversal
A_c	Área da secção transversal de betão
$A_{c,ef.}$	Área efetiva de betão tracionado, que envolve as armaduras tracionadas
A_s	Área da secção transversal da armadura
A'_s	Área de armadura comprimida
α_e	Coefficiente de homogeneização dado pela razão entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade do betão
B	Variável auxiliar de cálculo da força de tração
$\beta_c(t - t_0)$	Coefficiente que descreve o desenvolvimento da fluência ao longo do tempo
β_{cc}	Coefficiente que depende da idade do betão
$\beta_s(t - t_s)$	Coefficiente que descreve a evolução da retração ao longo do tempo
β_{sc}	Coefficiente que depende do tipo de cimento
β_{RH}, β_{SRH}	Coefficientes que dependem da humidade relativa
β_t	Parâmetro que depende do tipo de carga e fase
c	Recobrimento
d	Altura útil da secção, dada pela distância entre o centro de gravidade das armaduras e da fibra mais comprimida
e	Excentricidade do esforço axial
$e_{máx}$	Excentricidade máxima do esforço axial
E_{ci}	Módulo de elasticidade do betão tangente na origem, para uma idade de carregamento igual a 28 dias
$E_{ci}(t_0)$	Módulo de elasticidade do betão na idade da carga
E_{cm}	Módulo de elasticidade do betão aos 28 dias
E_s	Módulo de elasticidade do aço
ε_c	Extensão no betão

$\varepsilon_{cc}(t, t_0)$	Deformação de fluência
$\varepsilon_{ci}(t_0)$	Deformação instantânea
$\varepsilon_{cs}(t_s)$	Deformação de retração
$\varepsilon_{cs}(t, t_s)$	Deformação total de retração para o instante t
ε_{cso}	Coefficiente de retração nominal
$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0)$	Deformação mecânica de um elemento de betão
ε_{cm}	Valor médio de extensão no betão
$\varepsilon_{ct}(t)$	Deformação total de um elemento de betão
$\varepsilon_{cT}(t)$	Deformação térmica, dada pelo produto da variação térmica pelo coeficiente de dilatação térmica
ε_{cr}^{nn}	Extensão de fendilhação, normal à fenda, no respetivo ponto de Gauss, calculada durante a análise não-linear
ε_s	Extensão no aço
ε_{sm}	Valor médio de extensão no aço
ε_{sy}	Extensão de cedência do aço
F_{inf}	Força axial de tração na armadura inferior
F_{sup}	Força axial de tração na armadura superior
f_{ck}	Tensão característica de rotura do betão à compressão, aos 28 dias de idade
f_{cm}	Resistência média à compressão aos 28 dias
f_{cm0}	Valor base da resistência à compressão (10 MPa)
f_{ctm}	Resistência média à tração do betão
f_{yk}	Tensão de cedência característica
G_F	Energia de fratura (propriedade do material)
g_k	Valor característico da ação permanente
g_f	Energia de fratura que depende da largura da banda
h	Altura total da secção
h_b	Largura da banda (dependente da malha adotada)

$l_{s,máx}^k$	Distância máxima entre pontos de deslizamento nulo
N	Esforço axial de tração instalado no elemento estrutural
N_{cr}	Esforço axial de fendilhação
ν	Coefficiente de Poisson
ρ	Percentagem de armadura tracionada
ρ_0	Percentagem de armadura de referência
$\rho_{s,ef}$	Percentagem de armadura existente na zona de betão que é afetada pela aderência aço/betão sendo dada pelo quociente entre a área de armaduras e a área efetiva de betão
q_k	Valor característico da ação variável
RH	Humidade relativa (%)
RH_0	Humidade relativa de referências (100%)
s	Coefficiente que depende do tipo de cimento: 0.20 para cimento RS; 0.25 para cimento do tipo N e R; 0.38 para cimento do tipo SL
t_0	Instante correspondente à aplicação da tensão (em dias)
t_s	Idade do betão quando começa a retração (em dias)
τ	Tensão tangencial
τ_{bm}	Tensão de aderência média entre o aço e o betão, ao longo do comprimento de deslizamento
u_i	Descrição matemática da translação
w_k	Abertura de fendas
x	Profundidade do eixo neutro
γ	Peso volúmico
σ_c	Tensão no betão
σ_s	Tensão no aço
σ_{S2}	Tensão na armadura calculada em secção totalmente fendilhada
σ_{SE}	Tensão na armadura no ponto de deslizamento nulo
σ_{sm}	Tensão média no aço ao longo da distância entre pontos de deslizamento nulo

$\phi(t, t_0)$	Coeficiente de fluência
ϕ_0	Coeficiente nominal de fluência
ϕ	Diâmetro do varão de aço
ϕ_i	Descrição matemática da rotação
ψ_0	Coeficiente para a determinação do valor de combinação de uma ação variável
ψ_1	Coeficiente para a determinação do valor frequente de uma ação variável
ψ_2	Coeficiente para a determinação do valor quase permanente de uma ação variável

<i>ACI</i>	American Concrete Institute
<i>ANL</i>	Análise não-linear
<i>BA</i>	Betão Armado
<i>EF</i>	Elementos Finitos
<i>ELS</i>	Estado limite de serviço
<i>ELU</i>	Estado limite último
<i>EC1</i>	EUROCÓDIGO 1
<i>EC2</i>	EUROCÓDIGO 2
<i>MC90</i>	CEB – Model Code 1990
<i>RSA</i>	Regulamento de Segurança e Ações para estruturas de edifícios e pontes

1

INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO DO TEMA E OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

Ao longo da sua vida útil, as estruturas de betão armado são alvo de diversos tipos de ações que condicionam o seu comportamento. Uma correta abordagem ao seu dimensionamento passa por garantir um nível de segurança adequado em relação a determinadas situações de rotura e um bom comportamento em serviço. Embora se cumpram estes dois critérios, a análise e o dimensionamento por vezes têm inerentes várias simplificações principalmente no que diz respeito à determinação do estado de tensão presente nos elementos de betão armado causado pelo desenvolvimento da retração e das deformações térmicas. Como tal, estas simplificações poderão resultar numa incorreta atribuição de tensões nos elementos estruturais.

As tensões no betão resultantes das deformações impostas agravam-se quando existe uma restrição, como por exemplo, na ligação a outros elementos estruturais, o que resulta no seu aumento. Se este não for controlado e atingir a resistência do betão à tração, f_{ctm} , pode induzir o aparecimento de fendas. Assim sendo, é conveniente implementar nas estruturas certas condições que minimizem este efeito. Usualmente adotam-se juntas estruturais, que permitem reduzir consideravelmente os esforços axiais, embora estas apresentem alguns inconvenientes na manutenção dos edifícios, com implicações ao nível da infiltração de água e da qualidade funcional no interior do edifício. Ao não aplicar esta solução, deve ser adotada uma quantidade de armadura que garanta um controlo regulamentar de fendilhação em serviço, de modo a evitar situações como a Fig. 1.1 demonstra.



Fig. 1.1- Representação do padrão de fendilhação nos elementos estruturais de um parque de estacionamento subterrâneo. (Patrick e Wheeler, 2000)

Este tipo de efeitos pode ser especialmente importante no caso de lajes maciças onde, devido à restrição, o valor do esforço axial poderá ser bastante elevado antes da fendilhação. Em serviço estas lajes estão sujeitas a ações verticais, com desenvolvimento de esforços de flexão quando posteriormente, ao longo do tempo, devido a restrições à deformação livre, se vai gerando o efeito axial de restrição. Nestes casos os regulamentos de projeto não apresentam soluções que resultem numa correta abordagem, pois existe pouca informação sobre a influência do efeito do grau de restrição na estrutura e o real efeito das deformações impostas. Sendo assim, ao longo dos anos vários estudos têm sido concebidos na perspetiva de colmatar este problema. Estudos realizados por (Câmara e Figueiredo, 2012), para lajes com comportamento unidirecional, axialmente restringidas, sujeitas a ações verticais de caráter permanente e a deformações impostas externas, concluíram que a fendilhação por flexão resultante das ações verticais faz diminuir o esforço axial máximo, $N_{cr} = A_c \times f_{ctm}$, devido à deformação imposta, como demonstram os valores da Tabela 1.1, referentes ao rácio entre o esforço axial de tração avaliado nas análises e o esforço axial de fendilhação, (N/N_{cr}) .

Tabela 1.1- Representação dos resultados, (N/N_{cr}) , obtidos por (Câmara e Figueiredo, 2012).

		Deformações impostas externas ($\varepsilon_{imposto}$)	
		0,2‰	0,5‰
Taxa de armadura, ($\rho_{tração}$)	0,5%	0,4	0,6
	1,0%	0,5	0,8

Num outro estudo semelhante ao anterior, (Câmara e Luís, 2006), para além de deformações impostas externas apresentam valores para deformações impostas internas devidas à retração do betão, tendo uma conclusão análoga à anterior relativamente ao valor do esforço de fendilhação real instalado nas lajes. Os valores obtidos estão representados na Tabela 1.2.

Tabela 1.2- Representação dos resultados, (N/N_{cr}) , obtidos por (Câmara e Luís, 2006)

$\rho_{tração}$	Deformações impostas externas			Deformações impostas internas devidas à retração do betão		
	0,2‰	0,3‰	0,5‰	0,2‰	0,3‰	0,5‰
0,5%	0,4	0,55	0,65	0,4	0,45	0,5
0,8%	0,5	0,6	0,7	0,4	0,4	0,45
1,0%	0,55	0,6	0,8	0,35	0,35	0,4

(Carvalho, 2013), concluiu ainda que as lajes com comportamento unidirecional, quando sujeitas a cargas verticais e a deformações impostas internas devidas à retração do betão, apresentam um esforço axial instalado, a longo prazo, que pode variar entre 40% e 45% do esforço N_{cr} . Estes valores foram obtidos considerando uma quantidade de armadura a variar entre 20% e 30% da que seria necessária se o esforço axial instalado na laje fosse igual ao esforço N_{cr} . Destas três análises, concluiu-se que para uma deformação imposta interna, a longo prazo, os resultados apresentam grande similaridade independentemente da taxa de armadura, valores esses que rondam os 45% do esforço de fendilhação.

Sendo assim a quantidade de armadura estimada de acordo com o esforço N_{cr} pode ser reduzida, promovendo uma economia a nível estrutural.

Posteriormente, (Ribeiro, 2014), apresentou resultados para painéis com funcionamento bidirecional, também restringidos axialmente, sujeitos a cargas verticais e a deformações impostas internas devidas à retração. Os painéis estudados têm as seguintes dimensões $7 \times 7 \text{ m}^2$, $7 \times 10.5 \text{ m}^2$ e $7 \times 14 \text{ m}^2$. Nos painéis com dimensões $7 \times 7 \text{ m}^2$, a armadura obtida na análise não-linear apresentou um valor de cerca de 80% daquela que seria quantificada se, no cálculo da abertura de fendas, fosse considerado um esforço N_{cr} . Para os painéis com dimensões $7 \times 10.5 \text{ m}^2$ e $7 \times 14 \text{ m}^2$ a percentagem toma valores entre 61% e 88%. Relativamente ao esforço axial presente nas lajes verificou-se que, a longo prazo, toma valores que variam entre 30% e 60% do valor de N_{cr} . Os valores obtidos não são tao fáceis de balizar, comparando com os casos anteriores, devido essencialmente à distribuição de esforços que ocorre neste tipo de lajes.

Com o intuito de seguir o estudo deste tipo de situações bastante recorrentes nos projetos estruturais, pretende-se com esta dissertação estudar o comportamento de lajes de betão armado em serviço sujeitas a deformações impostas e ações gravíticas, idealizando alguns casos práticos. Num primeiro cenário considera-se um piso de edifício com $32 \times 32 \text{ m}^2$ restringido na sua periferia por um muro de betão armado. Posteriormente no sentido de aumentar o grau de restrição adota-se o mesmo cenário anterior acrescido de quatro paredes de contraventamento. Por fim, atendendo ao tempo de cálculo para este tipo de análises executa-se uma simplificação geométrica do primeiro cenário. Para simulação e validação do comportamento não-linear destes estudos recorreu-se ao software DIANA com a intenção de, após a confrontação dos resultados das análises com os obtidos regulamentarmente, retirar conclusões que sirvam de apoio e esclarecimento ao cálculo estrutural dos projetistas.

1.2. ORGANIZAÇÃO EM CAPÍTULOS

A estrutura da dissertação está dividida em seis capítulos, sendo que no primeiro está presente a **introdução** e nos restantes estão referidas as temáticas centrais deste trabalho.

Na sequência da introdução apresenta-se, no **capítulo 2**, o comportamento do betão não fendilhado considerando os fenómenos de fluência e retração. Posteriormente são apresentados os modelos constitutivos do betão fendilhado recorrendo aos efeitos de *tension softening* e *tension stiffening* e à modelação da fendilhação, através do modelo de múltiplas fendas fixas com decomposição de extensões que permite a combinação dos efeitos não-lineares da fendilhação com a retração e a fluência. Por fim, é apresentado o modelo constitutivo do aço, bem como o tipo de elemento finito utilizado nas análises realizadas.

A análise de lajes maciças restringidas, na sua periferia por muros de betão armado, sujeitas ao efeito da retração e das ações verticais, é discutida no **capítulo 3**, onde se apresenta a simulação e o estudo do seu comportamento estrutural. Para proceder à avaliação comportamental é idealizado um edifício de 6 pisos com $32 \times 32 m^2$, em planta, restringido lateralmente por um muro de betão armado, com vãos correntes para os diferentes painéis de laje.

O **capítulo 4** é dedicado à análise de lajes restringidas por muros na periferia e paredes de contraventamento. O caso em estudo apresentado neste capítulo é semelhante ao referido anteriormente, a diferença é que são acrescentadas quatro paredes de betão armado.

No **capítulo 5** é efetuada a análise simplificada de lajes restringidas por muros na periferia. Com o intuito de simplificar geometricamente a análise efetuada no capítulo 3, de modo a reduzir o tempo de cálculo, a faixa em estudo considerada tem uma largura igual à dimensão dos elementos finitos.

Por fim, no **capítulo 6** são descritas as conclusões retiradas da elaboração desta dissertação, bem como os possíveis desenvolvimentos futuros no âmbito da temática abordada.

2

ANÁLISE NÃO-LINEAR DO COMPORTAMENTO EM SERVIÇO DA ESTRUTURA DE BETÃO ARMADO

2.1. INTRODUÇÃO

Como as estruturas de betão armado apresentam um comportamento em serviço não-linear ao longo do tempo, em resultado da aplicação de certas ações diretas (cargas aplicadas) ou indiretas (deformações impedidas), pretende-se neste capítulo fazer uma abordagem teórica dos mecanismos envolvidos, nomeadamente a fendilhação em tração, a retração e a fluência, que afetam esse comportamento e podem ter consequências em termos de aparência, condições de utilização e durabilidade. Posteriormente, serão descritos os modelos constitutivos utilizados para caracterizar o comportamento do betão armado fendilhado, bem como o tipo de elemento finito adotado neste estudo.

Quando um elemento de betão armado fica sujeito a um estado de tensão, sofre uma deformação elástica instantânea no momento do carregamento e uma deformação gradual ao longo do tempo resultante da retração e da fluência. Se não forem previstas e controladas, estas deformações podem provocar um impacto negativo no funcionamento dos elementos de betão armado. O comportamento em serviço deve ser analisado, então, considerando cuidadosamente o efeito destas deformações.

Existem diversas formulações propostas para representar estes mecanismos complexos. A que vai ser utilizada neste trabalho é a apresentada no Model Code 1990 (CEB-FIP, 1993), adiante designado simplificadamente por MC90.

A extensão total num instante de tempo t , $\varepsilon_{ct}(t)$, desenvolvida num elemento de betão carregado uniaxialmente num instante de tempo t_0 com uma tensão constante $\sigma_c(t_0)$ pode ser definida pela seguinte equação:

$$\varepsilon_{ct}(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (2.1)$$

em que:

$\varepsilon_{ct}(t)$ deformação total de um elemento de betão;

$\varepsilon_{ci}(t)$ deformação inicial no instante de aplicação da carga;

- $\varepsilon_{cc}(t)$ deformação de fluência no instante $t > t_0$;
- $\varepsilon_{cs}(t)$ deformação de retração;
- $\varepsilon_{cT}(t)$ deformação térmica, dada pelo produto da variação de temperatura pelo quociente de dilatação térmica;
- t_0 instante de aplicação da tensão.

Na equação (2.1), observa-se que uma parcela da deformação total depende da tensão aplicada, $\varepsilon_{c\sigma}(t)$, e outra parcela, $\varepsilon_{cn}(t)$, é independente da tensão. Essas parcelas são expressas pelas seguintes equações:

$$\varepsilon_{c\sigma}(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{cn}(t) = \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (2.3)$$

A deformação $\varepsilon_{cn}(t)$ é volumétrica, isto é, só causa expansão ou contração do elemento de betão armado. A deformação $\varepsilon_{c\sigma}(t)$ pode introduzir distorções no elemento, dependendo das tensões aplicadas.

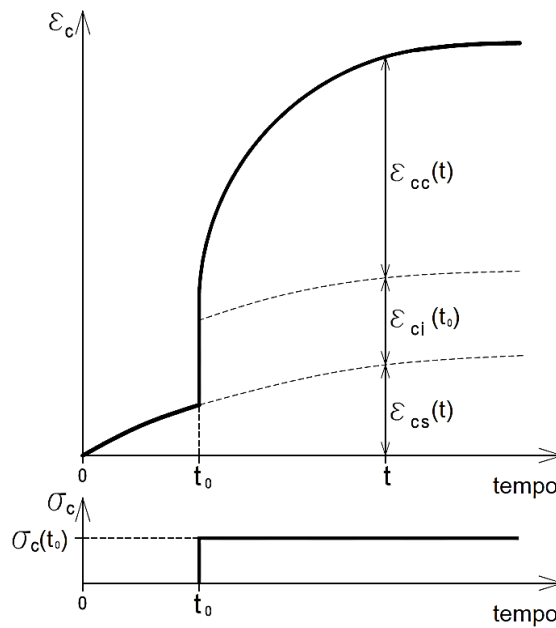


Fig. 2.1- Componentes $\varepsilon_{ci}(t_0)$, $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ e $\varepsilon_{cs}(t)$ da deformação total de um elemento de betão sujeito a tensão constante, aplicada no instante de tempo t_0 . (Sousa, 2004)

Analisando a Fig. 2.1, verifica-se que as componentes de deformação por fluência e por retração processam-se ao longo do tempo. Segundo (Gilbert e Ranzi, 2011), para estruturas correntes, cerca de 50% da fluência desenvolve-se nos primeiros 2-3 meses. Similarmente, 30% da retração ocorre nas primeiras 2-3 semanas.

A distinção que é feita entre fluência/retração e deformação instantânea/fluência é convencional porque, na realidade, estes fenómenos não são independentes (Sousa, 2004). No entanto para a maioria das aplicações práticas traduz-se numa aproximação satisfatória.

2.2. SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO BETÃO NÃO FENDILHADO

As deformações diferidas do betão, ou seja, as deformações dependentes do tempo, são geralmente divididas em duas parcelas, a retração e a fluência. Dos fatores que influenciam as deformações do betão destacam-se a humidade relativa e a temperatura ambiente, o tipo de cimento, os aditivos, as propriedades elásticas dos agregados, o tempo e a idade de aplicação do carregamento, e ainda a forma e a dimensão dos elementos estruturais.

2.2.1. FLUÊNCIA

O efeito da fluência é uma manifestação da viscoelasticidade do betão, que se define como o acréscimo diferido da sua deformação, quando sujeito a um estado de tensão constante. A fluência do betão origina-se maioritariamente na pasta de cimento hidratado, uma vez que os agregados de densidade normal têm fluência desprezável. Esta componente de deformação pode ser decomposta em fluência básica e fluência por secagem, embora nos modelos de previsão correntes não se faça esta distinção. A fluência básica é a que ocorre sem trocas de humidade com o exterior, enquanto a fluência por secagem envolve a troca de humidade com o exterior. Em estruturas de grandes dimensões (por exemplo uma barragem de betão armado) a fluência básica é predominante. Pelo contrário, em estruturas de dimensões normais (por exemplo edifícios correntes), a fluência por secagem é mais significativa.

Relativamente ao comportamento de um elemento de betão após uma descarga das ações aplicadas, constata-se que no instante de tempo t , ocorre uma recuperação imediata de uma parcela da deformação, como é evidenciado na Fig. 2.2. Esta parcela será aproximadamente igual a ε_{ci} se a tensão aplicada for reduzida em relação à resistência à compressão do betão. Ao longo do tempo, haverá a recuperação da parcela da deformação elástica diferida ε_{ed} da fluência. Porém existirá sempre uma parcela de deformação plástica diferida ε_{pd} residual.

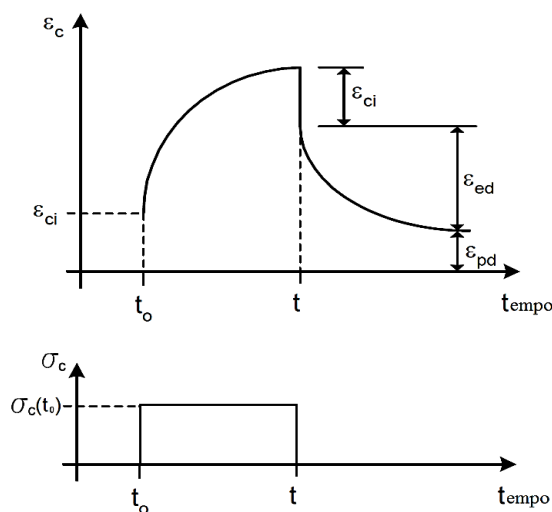


Fig. 2.2- Parcelas da componente de deformação $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ de um elemento de betão sujeito a uma carga no instante de tempo t_0 e descarga no instante de tempo t . (Araújo, 2002)

De acordo com o modelo de previsão do MC90, a deformação por fluência pode ser expressa pela seguinte equação:

$$\varepsilon_{cc}(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}} \times \phi(t, t_0) \quad (2.4)$$

onde o E_{ci} é o módulo de elasticidade do betão aos 28 dias de idade e o $\phi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência.

Considera-se válida a linearidade entre a deformação de fluência e a tensão, representada na equação 2.4, para tensões de serviço $|\sigma_c(t_0)| < 0.4 \times f_{cm}(t_0)$. Para tensões mais elevadas a relação é não-linear (ver Fig. 2.3).

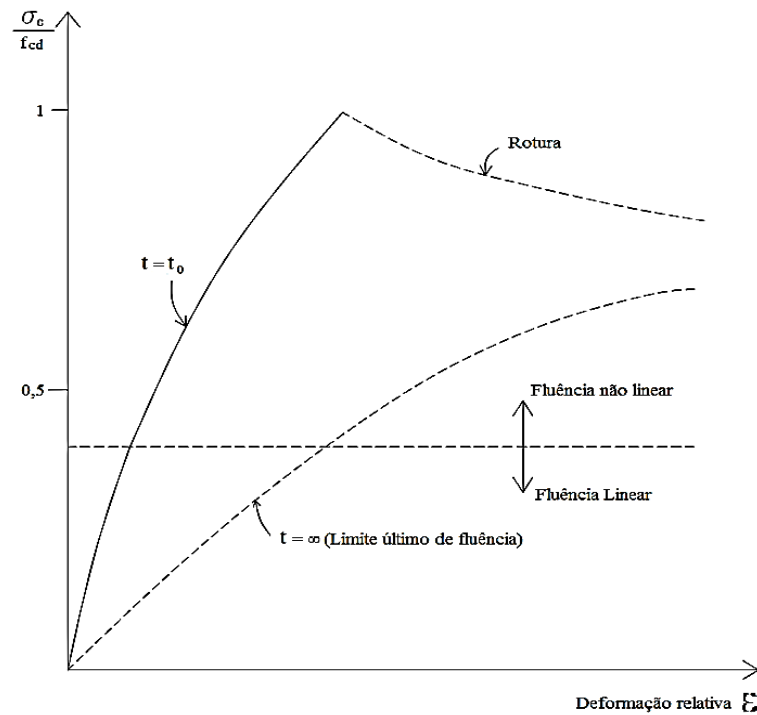


Fig. 2.3- Influência da intensidade e da duração do carregamento sobre a fluência. Adaptado de (Favre *et al*, 1999).

A extensão do betão dependente da tensão, $\varepsilon_{c\sigma}(t)$, pode ser expressa pela seguinte equação:

$$\varepsilon_{c\sigma}(t) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{ci}} \right] = \sigma_c(t_0) \times J(t, t_0) \quad (2.5)$$

onde o $E_c(t_0)$ é o módulo de elasticidade do betão na idade t_0 e $J(t, t_0)$ é a função de fluência.

A função de fluência representa a deformação total dependente da tensão, para uma tensão unitária aplicada em t_0 .

O módulo de elasticidade E_c aos 28 dias de idade pode ser obtido pela seguinte equação:

$$E_c = 21500 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{\frac{1}{3}}, MPa \quad (2.6)$$

onde $f_{cm} = f_{ck} + 8 MPa$ é a resistência média à compressão, estimada a partir da resistência característica f_{ck} , ambas aos 28 dias.

O módulo de elasticidade $E_c(t_0)$ para uma idade genérica t_0 em dias pode ser estimado através da equação:

$$E_c(t_0) = [\beta_{cc}(t_0)]^{\frac{1}{2}} \times E_c \quad (2.7)$$

onde:

$$\beta_{cc}(t_0) = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad (2.8)$$

sendo $s = 0,20$ para cimentos de classe RS, $s = 0,25$ para cimentos da classe NR e $0,38$ para cimentos da classe SL.

O coeficiente de fluência é, de acordo com o MC90, descrito pela seguinte equação:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t - t_0) \quad (2.9)$$

onde ϕ_0 é o coeficiente nominal de fluência e o $\beta_c(t - t_0)$ é o coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência ao longo do tempo, com t e t_0 em dias.

2.2.2. RETRAÇÃO

O fenómeno da retração é definido como uma redução de volume do betão durante o processo de envelhecimento, com uma temperatura ambiente constante e na ausência de tensões exteriores. As deformações de retração decorrem da perda de água por evaporação, fenómenos químicos ligados à hidratação do cimento e mudanças de volume no estado plástico. Distinguem-se cinco tipos de retração:

- retração autógena (química): resulta da redução macroscópica do volume dos materiais cimentícios devido às reações de hidratação do cimento, sendo independente das condições de humidade. Esta é especialmente importante em betões de alta resistência devido ao alto consumo de cimento e baixa relação água/cimento;

- retração de secagem: advém da difusão da água para as faces expostas á secagem, na presença de um gradiente hídrico entre o betão e o meio-ambiente;
- retração por carbonatação: resulta da redução de volume pela reação do hidróxido de Cálcio $[C_a(OH)_2]$ presente na matriz de cimento com o dióxido de carbono (CO_2) da atmosfera;
- retração plástica: devida à evaporação de água à superfície, quando o betão está ainda no seu estado plástico (antes da pesa);
- retração térmica: origina uma redução de volume por abaixamento, à temperatura ambiente, do calor gerado pela reação de hidratação do cimento. Toma maior relevância em elementos de betão de grande espessura, pois há um grande aumento de temperatura pela fraca dissipação de calor e consequentemente uma maior redução de volume.

Das componentes de retração mencionadas anteriormente, a mais influente, a longo prazo, é a retração por secagem. Como demostra a Fig. 2.4, esta deformação processa-se da superfície para o interior do elemento, dando origem ao aparecimento de tensões autoequilibradas, isto é, trações na superfície e compressões no interior.

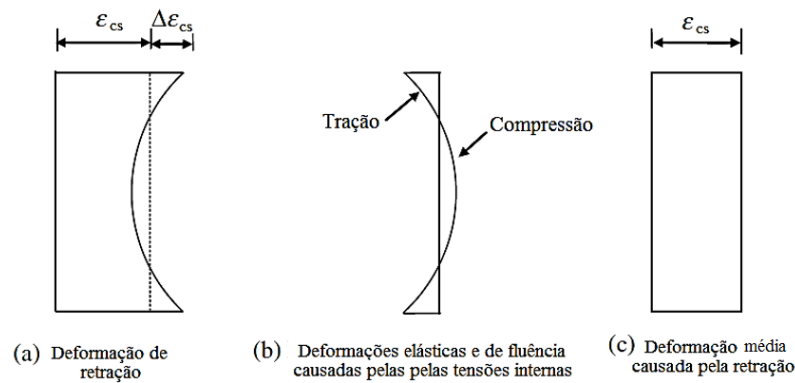


Fig. 2.4- Comportamento de um elemento de betão sujeito superiormente e inferiormente ao efeito da retração por secagem.

De acordo com o modelo de previsão do MC90, a deformação por retração pode ser expressa pela seguinte equação:

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cso} \beta_s(t - t_s) \quad (2.10)$$

onde t é a idade do betão e t_s é a idade no final da cura ($t > t_s$).

O coeficiente ε_{cso} é dado por:

$$\varepsilon_{cso}(t) = \varepsilon_s(f_{cm}) \beta_{RH} \quad (2.11)$$

onde f_{cm} (em MPa) é a resistência média à compressão do betão aos 28 dias de idade e

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = \left[160 + 10\beta_{sc} \left(9 - \frac{f_{cm}}{10} \right) \right] \times 10^{-6} \quad (2.12)$$

O coeficiente β_{sc} depende do tipo de cimento e toma os seguintes valores:

- $\beta_{sc}=4$, para cimentos do tipo SL;
- $\beta_{sc}=5$, para cimentos do tipo N e R;
- $\beta_{sc}=8$, para cimentos do tipo RS.

O coeficiente β_{RH} tem em conta a humidade ambiente e é expresso por:

$$\beta_{RH} = -1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right] \quad se \quad 40\% \leq RH < 99\% \quad (2.13)$$

$$\beta_{RH} = +0.25 \quad se \quad RH \geq 99\% \quad (2.14)$$

Conforme se verifica na equação (2.13), até uma humidade relativa do ambiente próxima de 99%, ocorre retração ($\beta_{RH} < 0$). Para valores superiores, ocorre um aumento de volume do betão, como se observa na equação (2.14).

A função $\beta_s(t - t_s)$, que define o desenvolvimento da retração com o tempo, é expressa por:

$$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{t - t_s}{350 \left(\frac{h}{100} \right)^2 + t - t_s} \right]^{0.5} \quad (2.15)$$

onde h é a espessura equivalente do elemento estrutural.

Para simular o efeito do abaixamento de temperatura (associado à libertação do calor gerado pela reação de hidratação do cimento), foi considerado de modo simplificado, nas análises não-lineares realizadas na presente dissertação, um abaixamento de temperatura de 15°C (conforme se representa na Fig. 2.5) imediatamente após o início da análise, sendo que esse início ocorre 1 dia após a betonagem.

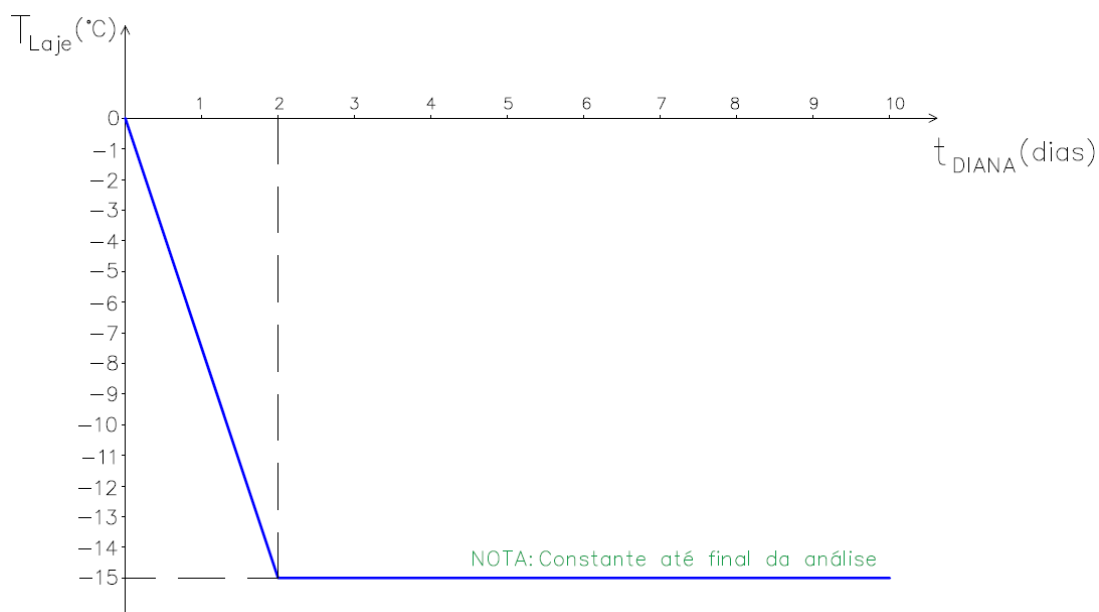


Fig. 2.5- Variação de temperatura para simular, de modo simplificado, o efeito do abaixamento de temperatura associado ao calor de hidratação.

2.3. SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO BETÃO ARMADO FENDILHADO

A resposta do betão estrutural, quando sujeito a deformações, é bastante sensível ao modelo constitutivo adotado na simulação do comportamento pós-fendilhação. Quando ocorre a fendilhação, o betão entre as fendas retém tensões de tração que advêm do imbricamento existente entre as faces da fenda e dos fenómenos de interação que se estabelecem entre as armaduras e o betão envolvente. Logo, para definir um modelo constitutivo realista do betão armado fendilhado deverá ter-se em conta as propriedades de fratura associadas ao betão (resistência à tração e energia de fratura), as propriedades associadas às armaduras que atravessam a fenda (percentagem e respetiva orientação) e os efeitos da aderência entre as armaduras e o betão envolvente.

2.3.1. MODELO DE FENDILHAÇÃO DISTRIBUÍDA COM DECOMPOSIÇÃO DE EXTENSÕES

No contexto das análises com modelos de elementos finitos, têm sido seguidas duas vertentes para representar a fissuração do betão: o modelo de fenda discreta e o modelo de fenda distribuída.

Nos modelos de fenda discreta, a fenda é modelada através da separação dos nós pertencentes aos elementos adjacentes, introduzindo descontinuidades na respetiva interface (Sousa, 2004). Nestes modelos, o elemento de betão permanece contínuo e não danificado. As fendas que se geram desenvolvem-se ao longo do contorno dos elementos, o que restringe a direção de propagação das mesmas. A aplicação deste tipo de modelo torna-se mais apropriada para problemas com poucas fendas e onde a sua localização pode ser prevista antes da análise.

Quando as fendas estão dispersas pela estrutura, o que frequentemente acontece nas estruturas de betão armado, os modelos de fenda distribuída têm sido amplamente aplicados. Nesta representação, o material fendilhado é considerado como um meio contínuo, ou seja, ao ocorrer uma fenda a descontinuidade do campo de deslocamentos é distribuída ao longo do elemento. O efeito de fendilhação é considerado através de uma modificação das relações constitutivas definidas para o material (com a fendilhação, a relação tensão-extensão inicialmente isotrópica é substituída por uma

relação tensão-extensão ortotrópica) (Sousa, 2004). A utilização destes modelos enquadra-se na análise de problemas caracterizados pela ocorrência de padrões de fendilhação difusa, sendo também utilizados na análise de problemas com fratura de tipo localizado.

Dentro do conceito de fenda distribuída, distinguem-se os modelos de fendas fixas e os modelos de fendas rodadas. Nos modelos de fendas fixas a direção da normal à fenda permanece inalterada após a sua formação. Nos modelos de fendas rodadas, por outro lado, a normal à fenda pode rodar durante o processo de fratura do material (mantendo coaxialidade com os eixos principais de deformação ou com os eixos principais de tensão) (Sousa, 2004).

Nos modelos de fendilhação distribuída com decomposição de extensões e fendas fixas, a extensão média total, ε_m , é decomposta em duas parcelas, uma devida aos efeitos elásticos no betão existentes antes das microfendas, ε_e , e outra correspondente à própria fenda, ε_{cr} (equação 2.16).

$$\varepsilon_m = \varepsilon_e + \varepsilon_{cr} \quad (2.16)$$

Quando não existem deformações por retração nem fluência, fica:

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_m - \frac{\sigma_c}{E_{cm}} \quad (2.17)$$

onde σ_c representa a tensão de tração do betão e E_{cm} o módulo de elasticidade médio do betão.

Neste modelo (com decomposição de extensões e fendas fixas), existe também a possibilidade da existência de mais do que uma fenda aberta simultaneamente num dado ponto de integração, respeitando um determinado ângulo limite α entre fendas, para o qual se estipulou o valor de 60° (valor padrão considerado no programa DIANA), como demonstrado na Fig. 2.6. Esta situação decorre do seguinte facto: após a formação de uma fenda, quando é usado um modelo de retenção de tensões de tração pelo betão entre fendas, o valor da tensão normal retida e o valor da tensão de corte instalada na fenda podem originar uma rotação dos eixos principais de tensão e o surgimento de uma tensão principal de tração tal que justifique a formação de uma nova fenda com orientação diferente da primeira (Sousa, 2004).

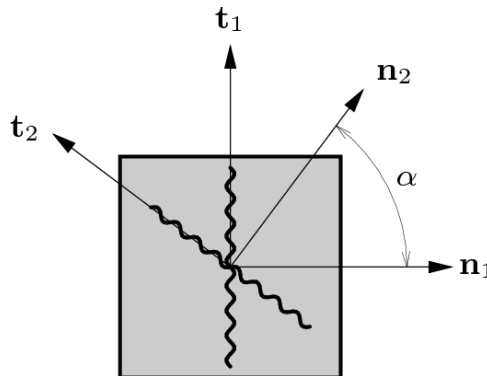


Fig. 2.6- Representação da fendilhação num dado ponto de integração, simulada com o modelo multidirecional de fendilhação distribuída. (Diana, 2014)

Então para o surgimento de uma nova fenda têm de ser verificados os seguintes critérios:

- A tensão principal de tração exceder a tensão limite estabelecida, designada na nomenclatura inglesa por *tension cut-off criteria* (ver Fig. 2.7);
- O ângulo limite entre a direção principal de tração e a direção normal a qualquer fenda ser vencido, designado na nomenclatura inglesa por *threshold angle*.

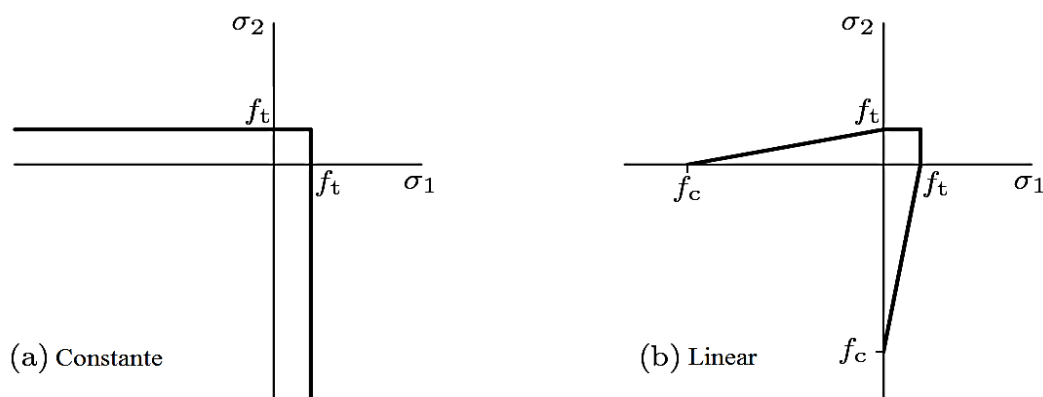


Fig. 2.7- Modelos de *tension cut-off* implementados no programa (Diana, 2014).

Neste trabalho, a fendilhação é então reproduzida através de um modelo de fendas distribuídas, com múltiplas fendas fixas e decomposição de extensões, que permite combinar os efeitos da fendilhação com outros fenómenos, tais como a fluência e a retração. Para definição do critério limite de tensões estabeleceu-se o *tension cut-off* constante.

2.3.2. MODELOS DE RETENÇÃO DE TENSÕES DE TRAÇÃO

O processo de evolução da fendilhação em elementos de betão armado tracionados pode ser caracterizado por dois tipos de diagramas constitutivos multilíneares, com os quais se simula o diferente comportamento do betão em duas zonas distintas: na área efetiva que envolve a armadura, onde ocorre a contribuição do betão armado para o controlo da fendilhação, designado por efeito *tension stiffening*; outra, afastada dos varões, onde apenas deve ser considerada a contribuição do betão simples para o controlo da fendilhação (denominado efeito *tension softening*).

O efeito *tension softening* é definido como o decréscimo gradual de tensões, com o aumento da deformação, após ser atingida a tensão máxima de tração do betão, f_{ct} . A representação é feita por um diagrama tensão-extensão descendente após o betão fendilhar, sendo a área delimitada pelo diagrama e o eixo das extensões correspondente à relação, G_F/h , em que G_F corresponde à energia de fratura e h é a dimensão da banda de fendilhação (Leitão *et al*, 2012), como demonstrado na Fig. 2.8.

A energia de fratura, G_F é definida como a quantidade de energia necessária para formar uma fenda, numa superfície de área unitária e é estimada de acordo com o MC90. O valor da banda de fendilhação, h define a largura da banda na qual ocorre a fendilhação do betão, estando dependente da dimensão do elemento finito. A definição destes parâmetros garante que o diagrama apresenta objetividade face ao refinamento da malha de elementos finitos utilizada.

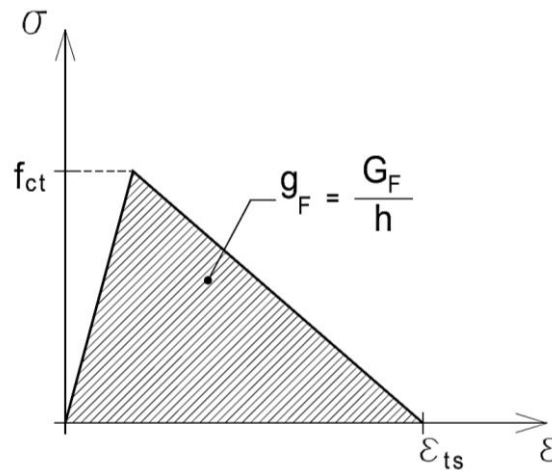


Fig. 2.8- Diagrama de retenção de tensões de tração no betão simples (Sousa, 2004).

A nomenclatura presente na Fig. 2.8 tem o seguinte significado:

$$\varepsilon_{ts} = \frac{2 \times G_f}{h \times f_{ct}} \quad (2.18)$$

sendo:

- ε_{ts} extensão correspondente ao final do diagrama tensão-extensão;
- G_F energia de fratura do betão;
- h banda de fendilhação;
- f_{ct} resistência à tração do betão;
- g_F área que traduz o efeito *tension softening*.

O efeito *tension stiffening* é representado na Fig. 2.9 e é definido como a transferência de tensões da armadura para o betão circundante, num certo comprimento, resultante das tensões tangenciais que ocorrem na interface armadura-betão.

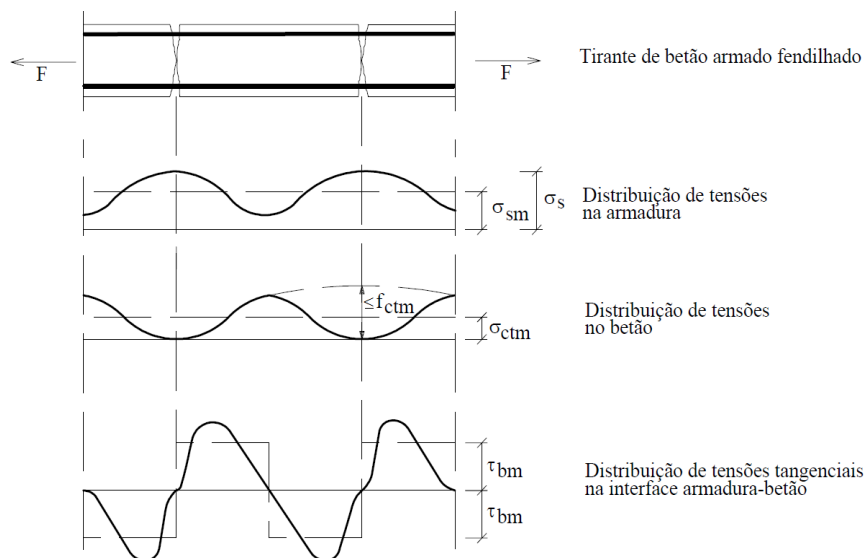


Fig. 2.9- Distribuição de tensões, no betão e na interface armadura-betão, num elemento de betão armado fendilhado. Adaptado de (CEB-Manual, 1985).

Como já foi referido anteriormente, o efeito *tension stiffening* desenvolve-se numa área efetiva que envolve os varões da armadura. Essa área é determinada de acordo com o MC90, tal como definido na Fig. 2.10.

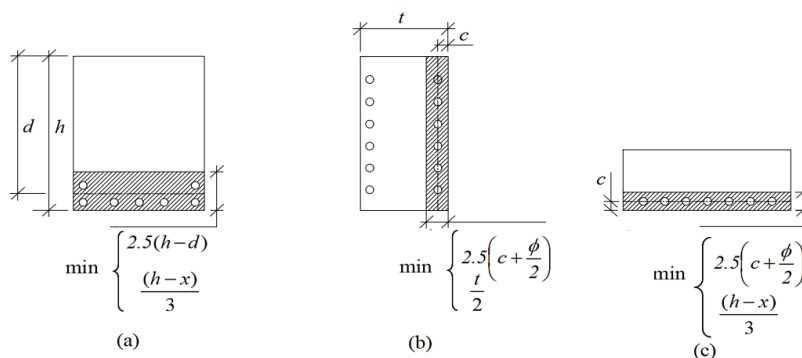


Fig. 2.10- Determinação da área de betão efetiva para: a) vigas; b) elementos em tração; c) lajes. Adaptado de (CEB-FIP, 1993).

O significado das variáveis envolvidas é o seguinte:

- h altura total da secção;
- d altura útil dada pela distância entre o centro de gravidade das armaduras e o bordo da secção;
- x profundidade do eixo neutro;
- ϕ diâmetro do varão;
- t espessura;
- e recobrimento.

A representação deste fenómeno é feita através de um diagrama multilinear (ver Fig. 2.11). Segundo este diagrama, a formação da primeira fenda ocorre quando se atinge o valor da resistência média à tração do betão, f_{ctm} . Segue-se um ramo descendente para representar a fase formação de cada fenda, o qual coincide com o adotado para o efeito de *tension softening*, garantindo assim a correta dissipação da energia de fratura, G_F . Quando a tensão de tração atinge o valor de $\beta_t \times f_{ctm}$, surge a estabilização da fase de fendilhação, representada com um patamar de tensão constante. Note-se que a simulação deste comportamento baseia-se na resposta de um tirante de betão armado.

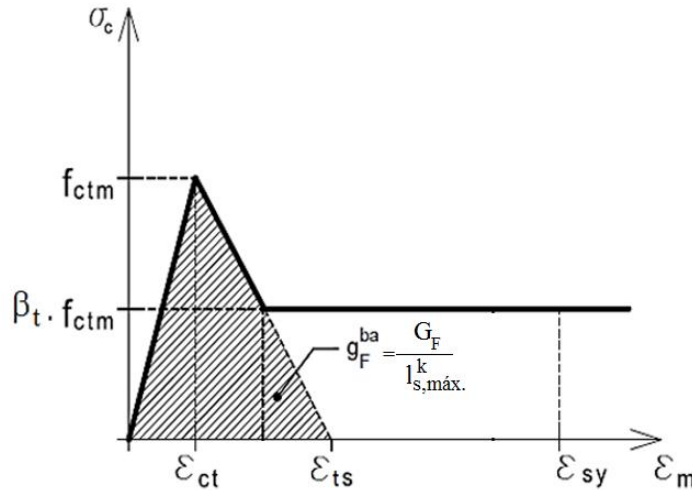


Fig. 2.11- Efeito de *tension stiffening*: diagrama tensão-extensão para o betão tracionado. Adaptado de (Sousa, 2004).

O valores apresentados na Fig. 2.11, são dados pelas seguintes equações:

$$\epsilon_{ct} = \frac{f_{ctm}}{E_{cm}} \quad (2.19)$$

sendo:

ϵ_{ct} extensão associada à tensão de rotura à tração do betão simples;

$$\epsilon_{sy} = \frac{\sigma_{s,cedência}}{E_s} \quad (2.20)$$

onde:

ϵ_{sy} extensão de plastificação do aço;

$\sigma_{s,cedência}$ tensão de plastificação do aço

E_s módulo de elasticidade do aço.

Neste trabalho, a geometria da estrutura analisada e a correspondente distribuição de armaduras permitiu considerar, simplificadamente, que todo o betão se encontrava na área efetiva envolvente das armaduras (ver corte esquemático na Fig. 2.12). Como tal, o comportamento do betão fendilhado é simulado, na análise não-linear, através do diagrama representativo do efeito *tension stiffening*, apresentado na Fig. 2.11.

Como o objetivo deste trabalho é verificar o comportamento das estruturas sob efeito de ações de longa duração e seguindo o exposto pelo MC90, β_t assume o valor de 0.4. Assim, considera-se que durante a fase de fendilhação estabilizada, a tensão retida pelo betão representa 40 por cento da sua resistência máxima à tração. Note-se que, na análise não-linear, o efeito de *tension stiffening* é especificado através de um diagrama que define a tensão retida pelo betão em função da extensão de fendilhação ε_{cr} , para que os efeitos da fendilhação possam ser combinados com as deformações por fluência e retração do betão. É importante também referir que a perda de rigidez ao corte que se regista após ocorrer a fendilhação é simulada assumindo que o módulo de elasticidade transversal do betão se reduz para $\beta \times G_c$, sendo G_c o módulo de elasticidade transversal em regime elástico não fendilhado e β o fator de retenção de tensões de corte (considerado nesta dissertação com o valor constante de $\beta = 0,2$).

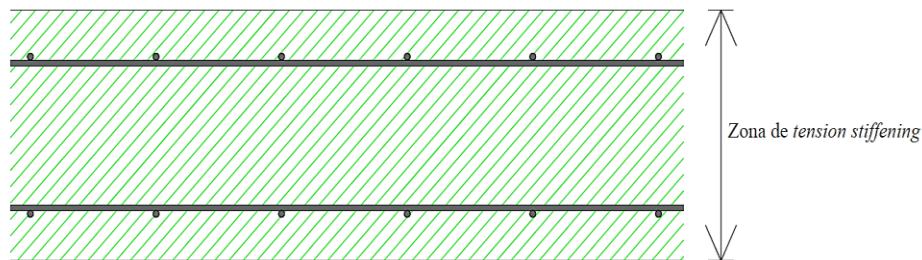


Fig. 2.12- Identificação da zona de *tension stiffening* numa laje de betão armado de espessura reduzida.

2.3.3. MODELO DE COMPORTAMENTO DO AÇO

De modo a garantir coerência com o diagrama considerado para o efeito *tension stiffening* considera-se que, na secção da fenda, ao ser atingida a tensão de cedência da armadura, esta não seja ultrapassada, como demonstrado na Fig. 2.13. Note-se que, quando se usam modelos de fendilhação distribuída, as tensões e deformações obtidas são os valores médios ao longo de um determinado comprimento e não os valores específicos na secção da fenda ou outra secção. Adota-se assim uma tensão de cedência fictícia, f_{sy}^* , dada por:

$$f_{sy}^* = f_{sy} - 0,4 \times f_{ctm} \times \frac{A_{c,ef}}{A_s} \quad (2.21)$$

onde,

$A_{c,ef}$ área da secção efetiva de betão tracionado que envolve as armaduras, calculada de acordo com a Fig. 2.10;

A_s área transversal de aço.

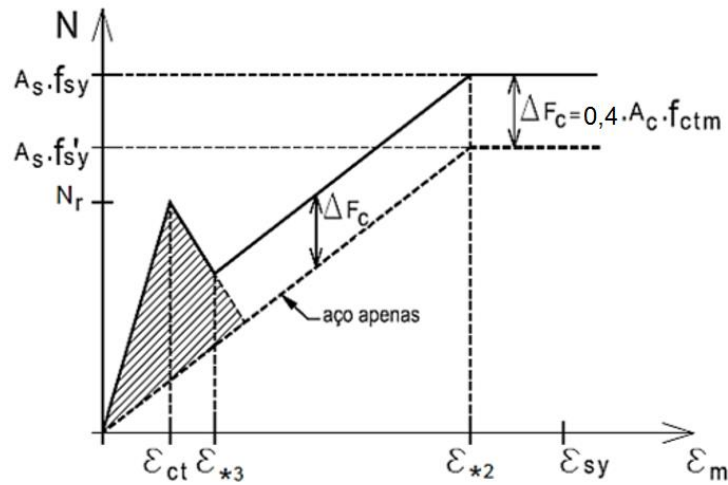


Fig. 2.13- Efeito de tension stiffening: diagrama esforço-extensão para um tirante de betão armado tracionado (Sousa, 2004).

Sendo assim, no presente trabalho o modelo constitutivo adotado para simular o comportamento do aço é o representado na Fig. 2.14.

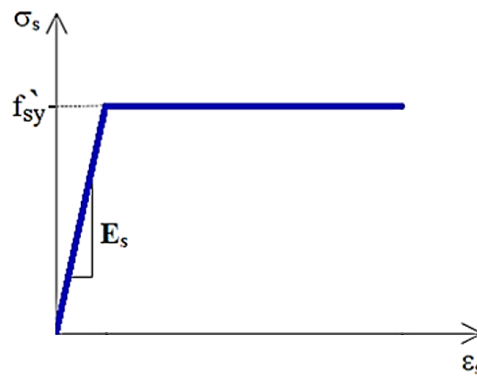


Fig. 2.14- Diagrama tensão-extensão considerado para a armadura no presente trabalho.

No que respeita à modelação numérica das armaduras, adotaram-se elementos denominados na nomenclatura inglesa de *embedded reinforcement*, isto é, elementos embebidos no betão. Assim, a deformação média da armadura é igual à deformação média total da fibra de betão alinhada com cada varão. Os efeitos da aderência aço-betão são simulados indiretamente quando se considera o efeito *tension stiffening*.

2.3.4. DETERMINAÇÃO DA ABERTURA DE FENDAS E DA TENSÃO NO AÇO NA SECÇÃO DA FENDA

No presente trabalho, o cálculo analítico para a determinação da abertura de fendas, w_k , será realizado de acordo com o estipulado pelo MC90. Este modelo de código torna-se relevante na medida que

inclui a extensão por retração, ε_{cs} , no cálculo da abertura de fendas, tornando os resultados analíticos mais coerentes com os resultados das análises não lineares efetuadas, ao contrário por exemplo do EC2 que não considera esta extensão no cálculo da abertura de fendas.

Segundo o MC90, a abertura de fendas é determinada pela seguinte equação:

$$w_k = l_{s,máx.}^k \times (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} - \varepsilon_{cs}) \quad (2.22)$$

A abertura de fendas assim determinada é considerada como um valor característico, uma vez que é calculada com base na distância máxima entre pontos de deslizamento nulo consecutivos, $l_{s,máx.}^k$, distância essa que é avaliada com base no valor relativo ao quantil inferior da tensão de aderência aço/betão, τ_{bk} , como ilustrado na Fig. 2.15.

A determinação da deformação relativa entre o betão e o aço é dada pela seguinte equação 2.23:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_{s2} - \beta_t \times \frac{f_{ctm}}{\rho_{s,ef.}} \times (1 + \alpha_e \times \rho_{s,ef.})}{E_s} \quad (2.23)$$

em que:

- σ_{s2} tensão na armadura calculada em secção totalmente fendilhada;
- σ_{sE} tensão da armadura no ponto de deslizamento nulo;
- α_e razão entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade do betão;
- β_t e τ_{bk} valores apresentados na Tabela 2.1;
- $\rho_{s,ef.}$ parâmetro que traduz a percentagem de armadura existente na zona de betão que é afetada pela interface aço/betão. Sendo dado pelo quociente entre a área das armaduras e a área efetiva de betão (ver Fig. 2.10).

É de referir que neste trabalho os valores de β_t e τ_{bk} são determinados considerando ações de longa duração e fase de fendilhação estabilizada.

O valor da distância máxima entre fendas, $l_{s,máx.}^k$, em fase de fendilhação estabilizada é dado pela seguinte equação:

$$l_{s,máx.}^k = \frac{\phi_s}{3,6 \times \rho_{s,ef.}} \quad (2.24)$$

onde ϕ_s representa o diâmetro do varão de aço.

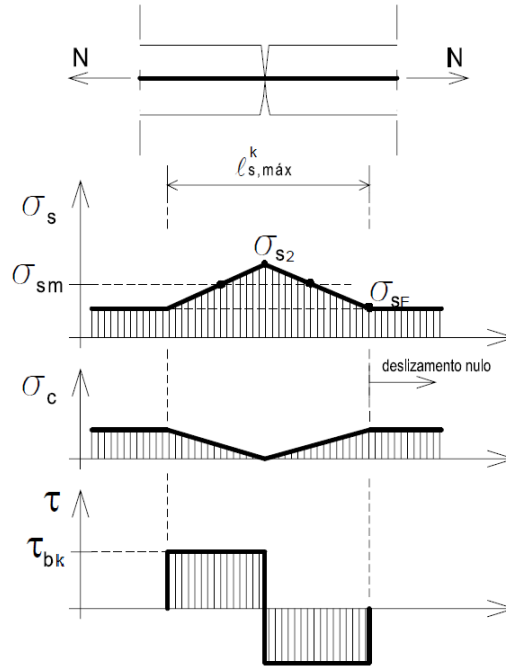


Fig. 2.15- Distribuição, simplificada, de tensões no betão, na armadura e na interface entre os dois materiais (Sousa, 2004).

Tabela 2.1- Valores de β_t e τ_{bk} de acordo com o MC90 (CEB-FIP, 1993).

	Fase de Formação de fendas		Fase de fendilhação estabilizada	
	β_t	τ_{bk}	β_t	τ_{bk}
Ação de curta duração	0.6	$1.8 \times f_{ctm}(t)$	0.6	$1.8 \times f_{ctm}(t)$
Ação de longa duração ou repetida	0.6	$1.35 \times f_{ctm}(t)$	0.38	$1.8 \times f_{ctm}(t)$

Relativamente à simulação no programa DIANA, a abertura de fendas é obtida através de um pós-processamento, que consiste na integração da extensão relativa à abertura de fendas, ε_{nn}^{cr} , ao longo do comprimento em que ocorre o deslizamento entre o aço e o betão, $l_{s,máx}^k$, como demonstra a equação 2.25:

$$w_k^{DIANA} = l_{s,máx}^k \times \varepsilon_{nn}^{cr} \quad (2.25)$$

Note-se que, caso a fenda apresente um ângulo de inclinação com a armadura, como ilustrado na Fig. 2.16, o MC90 sugere que o cálculo do valor da distância máxima entre fendas seja dado pela seguinte equação:

$$l_{s,máx.}^k = \left(\frac{\cos \alpha}{l_{sx,máx.}^k} + \frac{\sin \alpha}{l_{sy,máx.}^k} \right)^{-1} \quad (2.26)$$

onde as variáveis $l_{sx,máx.}^k$ e $l_{sy,máx.}^k$ representam os valores estimados para a máxima distância entre fendas segundo as direções paralelas à armadura.

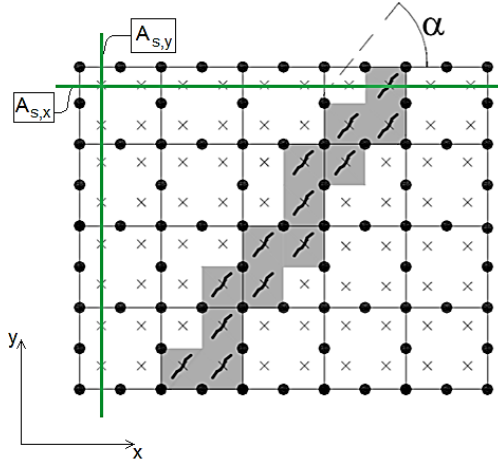


Fig. 2.16- Representação esquemática do ângulo de inclinação das fendas com a armadura. Adaptado de (Pimentel, 2013).

É oportuno mencionar que a análise não-linear fornece as tensões médias na armadura, ao longo de um elemento finito (EF). Recorrendo a um pós-processamento, os valores das tensões na fenda são determinados através das equações 2.27 e 2.78:

$$\sigma_{sE} = \sigma_{s,média} - \frac{\beta_t \times f_{ctm}}{\rho_{s,ef.}} \quad (2.27)$$

$$\sigma_{s2} = \sigma_{s,média} + \frac{\beta_t \times f_{ctm}}{\rho_{s,ef.}} \quad (2.78)$$

onde,

- σ_{sE} valor da tensão de tração presente na armadura no ponto de deslizamento nulo, ver Fig. 2.15;
- $\sigma_{s,média}$ valor da tensão de tração média presente na armadura determinada usando o software DIANA;
- σ_{s2} valor da tensão de tração presente na armadura em secção totalmente fendilhada, ver Fig. 2.15.

Para se obter valores da abertura de fenda comparáveis com aqueles que são calculados através do MC90 ou, dito de outro modo, para que a abertura de fendas determinada a partir dos resultados da análise não-linear, w_k^{DIANA} , seja coerente com a tensão na armadura na fenda, σ_{s2} , é imperativo que se proceda à leitura da extensão ε_{nn}^{cr} no ponto de Gauss (ponto de integração numérica) próximo da armadura, como demonstrado na Fig. 2.17.

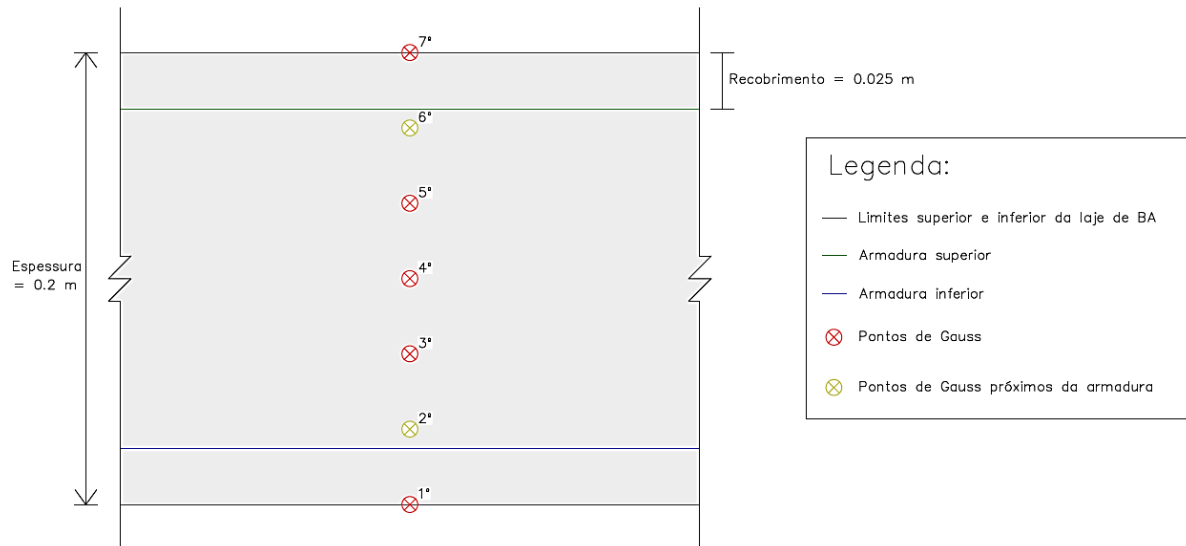


Fig. 2.17- Representação em corte de uma laje de BA com a indicação da localização dos pontos de Gauss utilizados na sua modelação.

2.4. TIPO E DIMENSÃO DO ELEMENTO FINITO ADOTADO

Para simular o comportamento estrutural dos modelos propostos recorreu-se à versão 9.6 do *software* DIANA (Displacement method ANALyser), que é um programa computacional comercial utilizado para análise de estruturas baseado no Método dos Elementos Finitos, desenvolvido pela Delf University of Technology em conjunto com o TNO Building and Construction Research na Holanda.

Nos modelos numéricos propostos empregam-se elementos finitos de casca curvos, na nomenclatura inglesa *curved shell element* (Diana, 2014). Este tipo de elemento finito baseia-se em duas hipóteses: i) assume que as seções normais ao plano antes da deformação mantêm-se planas mas não necessariamente perpendiculares a este após a deformação e ii) que a tensão segundo a direção normal ao plano médio da casca é zero. A escolha deste tipo de elementos resulta do seu grau de precisão em comparação, por exemplo, com os *flat shell elements* que na sua íntegra são mais económicos mas menos precisos.

Tratam-se de elementos isoparamétricos quadráticos pertencentes à família *Serendipity* com 8 nós e 5 graus de liberdade por nó (3 translações e 2 rotações, não incluindo, a rotação em torno do eixo normal ao plano médio da laje) que conjugam o Estado Plano de Tensão com a teoria de Mindlin, onde se considera a deformação por corte, como demonstra a Fig. 2.18. Além disso, têm também a capacidade de serem integrados numericamente ao longo da sua espessura, como expõe a Fig. 2.17.

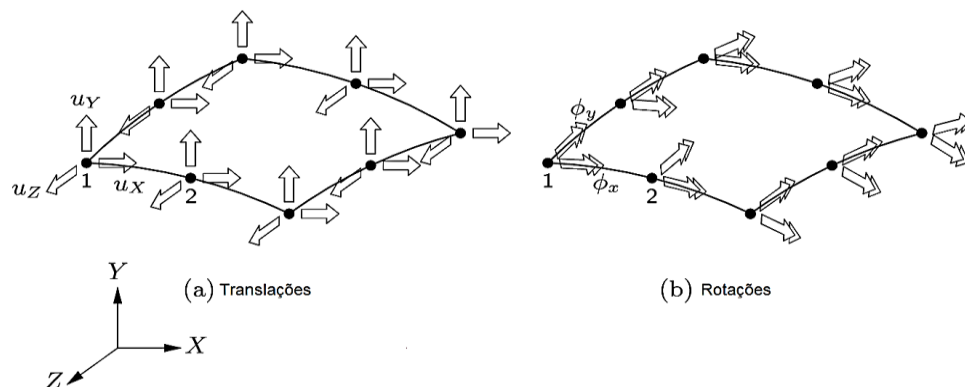


Fig. 2.18- Representação dos 5 graus de liberdade num elemento finito de casca curvo (Diana, 2014).

O nome do elemento finito utilizado é CQ40S (elemento curvo quadrangular isoparamétrico com 40 graus de liberdade), pertencente à família dos *regular elements* e está representado na Fig. 2.19. Informações relacionadas com a formulação deste tipo de elemento finito são encontradas no *Element Library* do (Diana, 2014).

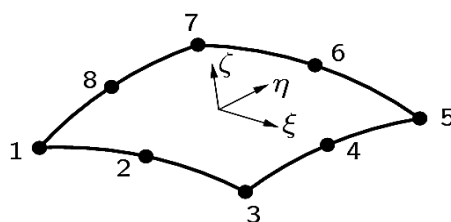


Fig. 2.19- Elemento finito adotado neste trabalho, CQ40S (Diana, 2014).

No que concerne à malha de elementos finitos adotada, considerou-se que cada elemento finito teria uma dimensão idêntica a duas vezes o $l_{s,máx.}^k$, uma vez que está discretizado no seu plano com dois pontos de integração em cada direção (X e Y), como demonstrado na Fig. 2.20. Assim, adota-se uma malha que não conduza a tempos de análise impraticáveis (dada a dimensão dos casos de estudo desta dissertação) e ao mesmo tempo seja suficientemente refinada atendendo à variação espacial de esforços atuantes. Além disso, esta malha garante objetividade face aos parâmetros pelos quais é definido o diagrama de tension stiffening. Desta forma, cada elemento finito apresenta uma dimensão de 0,42m.

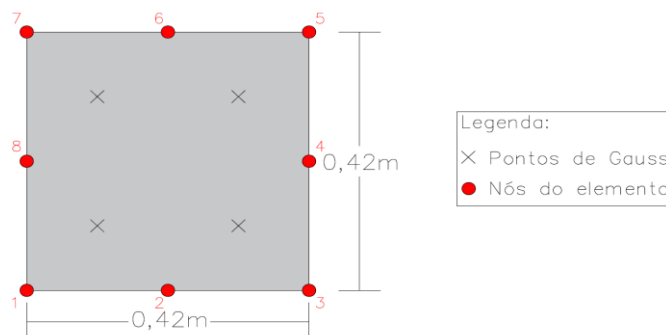


Fig. 2.20- Representação das dimensões dos elementos finitos empregados nas análises.

3

ANÁLISE DE LAJES RESTRINGIDAS POR MUROS NA PERIFERIA

3.1. DESCRIÇÃO DO CASO EM ESTUDO

Com este capítulo pretende-se simular e analisar o comportamento estrutural de lajes maciças de piso restringidas por muros de betão armado na sua periferia sujeitas ao efeito da retração e das ações verticais. Assim sendo, idealizou-se um edifício de 6 pisos com $32 \times 32 \text{ m}^2$ em planta, restringido lateralmente por um muro de betão armado, adotando-se vãos correntes para os diferentes painéis de laje. A análise incide sobre o primeiro piso acima das fundações, indicado a vermelho na Fig. 3.1. Note-se que o número de pisos é considerado apenas para efeito de quantificação das cargas verticais atuantes sobre os elementos verticais.

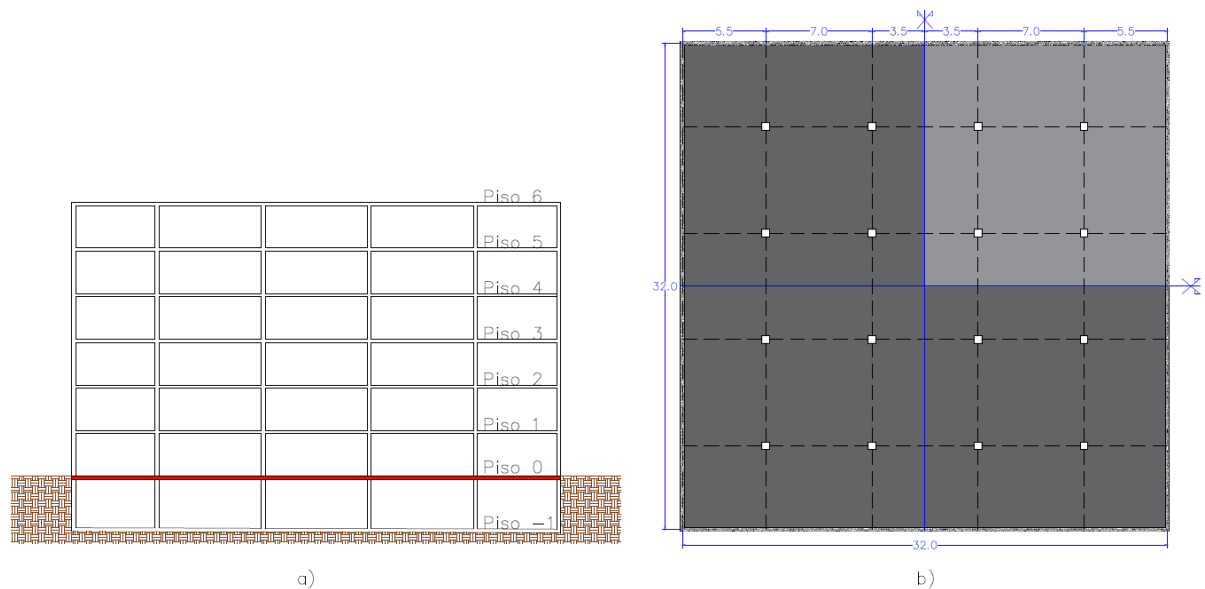


Fig. 3.1- Representação do caso em estudo: a) Alçado de um edifício de 6 pisos com representação da laje analisada; b) Planta do Piso 0.

A restrição às deformações do piso por parte do muro de betão armado resulta na geração de esforços axiais que não sendo controlados podem induzir o incorreto funcionamento em serviço das lajes. Uma das principais dificuldades sentidas pelos projetistas durante a verificação de segurança em estado

limite de serviço (em termos de fendilhação) prende-se com a quantificação do esforço axial atuante na laje.

Para determinar os esforços presentes nas lajes do piso 0 nestas condições, recorreu-se ao *software* DIANA e de acordo com as condições de simetria presentes na estrutura modelou-se apenas um quarto do piso, tendo em vista a redução do tempo de cálculo. O modelo considerado na análise foi o apresentado na Fig. 3.2.

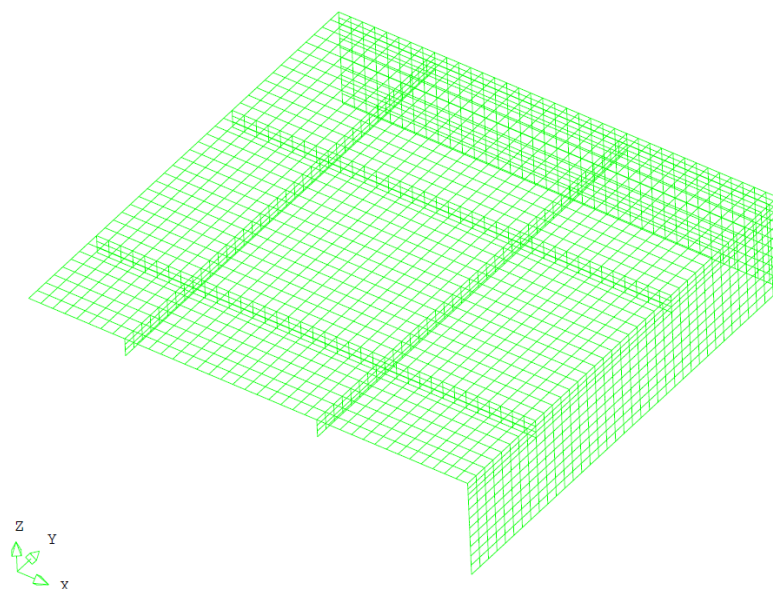


Fig. 3.2- Reprodução do quarto de piso modelado nesta análise (Diana, 2014).

Numa fase inicial atribui-se às lajes em estudo uma quantidade de armadura que garanta uma abertura de fendas, w_k , de 0,3 mm sob o efeito da conjugação de um esforço axial $N = N_{cr}$ e de um momento fletor em condições de serviço. Posteriormente procedeu-se ao ajustamento da armadura da laje de modo a garantir uma abertura de fendas regulamentar, uma vez que na realidade o esforço axial instalado na laje é inferior a N_{cr} .

Após estar estabelecida a quantidade de armadura analisou-se o comportamento dos vários painéis de laje, tendo sido possível obter conclusões relevantes sobre esforços, deformações e fendilhação. O intuito destas análises é a comparação destes valores com os regulamentares, para retirar conclusões que sirvam de base aos projetistas estruturais.

3.1.1. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E MODELAÇÃO DAS AÇÕES ATUANTES

Nesta secção pretende-se apresentar as propriedades dos materiais, presentes na Tabela 3.1, bem como algumas características da estrutura em análise. As ações aplicadas na estrutura também se encontram definidas nesta secção.

Tabela 3.1- Propriedades dos materiais presentes neste trabalho.

Material	Propriedades	Valor	Unidades
Betão C25/30 (Cimento Classe NR)	Peso Volúmico (γ)	25	kN/m^3
	E_{cm}	31	GPa
	f_{ck}	25	MPa
	f_{ctm}	2,6	MPa
	G_F	0,058	$kN.m/m^2$
	Coefficiente de dilatação térmica (α_b)	1×10^{-5}	$/^{\circ}C$
	Coefficiente de Poisson (ν)	0,2	adimensional
Aço S500	f_{yk}	500	MPa
	E_s	200	GPa
	Coefficiente de dilatação térmica (α_a)	$1,2 \times 10^{-5}$	$/^{\circ}C$

Consideraram-se propriedades materiais iguais às assumidas por (Carvalho, 2013) e (Ribeiro, 2014), considerando que estas se enquadram nas obras correntes de Engenharia Civil e adotando valores que estão de acordo com o EuroCódigo 2 – EC2 (CEN, 2010) e o MC90. Para as características ambientais, considerou-se um valor de 60% para a humidade relativa e 20°C de temperatura ambiente.

Relativamente ao recobrimento nominal, $c_{nom.}$, dos diferentes elementos estruturais presentes neste estudo, medido da face do betão à face da armadura, adotou-se para as lajes 25 mm, para as vigas e muros 35 mm.

As ações atuantes consideradas neste estudo são as seguintes:

- Cargas permanentes (g_k): Peso próprio dos elementos estruturais;
- Cargas variáveis (q_k): Sobrecarga de $5 kN/m^2$ distribuída nas lajes, com os coeficientes de combinação $\psi_0 = 0,8$; $\psi_1 = 0,7$ e $\psi_2 = 0,6$.

A carga variável e os seus correspondentes coeficientes ψ_i são quantificados através do Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios e Pontes (RSA, 1983), sendo bastante idênticos ao estabelecido pelo Eurocódigo 1 - EC1 (CEN, 2009). Estes representam os valores mínimos a considerar no caso de garagens públicas para automóveis ligeiros. A adoção destes valores aplica-se bem ao caso em estudo, pois estamos perante um piso/parque subterrâneo restringido por muros de betão armado, situação decorrente de vários casos nas obras de engenharia civil onde os pisos subterrâneos, correspondem normalmente a parques de estacionamento. Para quantificação da carga vertical aplicada nos muros (refletindo o efeito dos pisos superiores) considerou-se que as cargas estimadas para um edifício de 6 pisos são aplicadas uniformemente ao longo do desenvolvimento do muro. Estas cargas são assim aplicadas, no modelo de elementos finitos, ao longo da linha que corresponde à intersecção entre o muro e a laje. A carga aplicada tomou o valor de 280 kN/m. Trata-se de um valor plausível, quantificado de forma simplista, atendendo à sua reduzida influência sobre os resultados das análises efetuadas.

Uma vez que se pretende estudar o comportamento da estrutura em serviço, sob efeito de ações com carácter de permanência, as ações aplicadas são as correspondentes à combinação quase permanente, ou seja, admite-se que as ações têm uma ocorrência durante mais de 50 % da vida útil da estrutura. Segundo o EC2 esta combinação é expressa pela equação 3.1.

$$P_{c.q.p.} = G_k + \psi_2 \times Q_k \quad (3.1)$$

Considera-se ainda a ação correspondente à retração do betão.

3.1.2. FASEAMENTO CONSTRUTIVO

A definição do faseamento construtivo considerado neste trabalho teve em conta as etapas verificadas em estruturas correntes de Engenharia Civil. Analisando a Fig. 3.3, verifica-se que o início da análise no *software* DIANA ocorre 1 dia após a betonagem da laje. Isto decorre do facto dos estudos realizados terem o objetivo centrado na verificação do comportamento das lajes em serviço, identificando o início da retração, passando pela aplicação de cargas e avançando no tempo para verificar a grandeza dos esforços instalados nas mesmas.

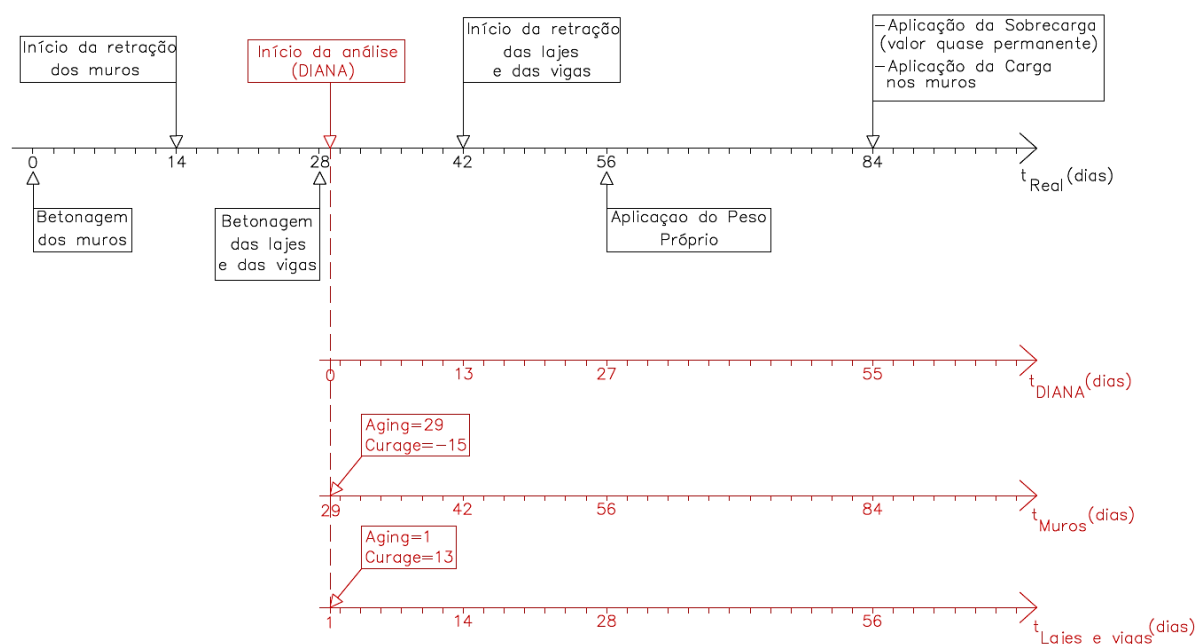


Fig. 3.3- Sequência da aplicação das ações, considerando a escala de tempo real e a escala de tempo na análise.

As cargas evidenciadas na Fig. 3.3 foram aplicadas de forma sequencial, considerando-se que as lajes foram cofradas e escoradas durante 28 dias. Para quantificação do fenómeno da retração nas lajes considerou-se que a secagem começa, em termos médios, 14 dias após a betonagem, atendendo a um período de cura com uma duração média entre a face inferior e superior de 14 dias. De forma análoga, mas simplificada, considerou-se que a mesma situação ocorria com os muros e as vigas. Para considerar a escala de tempo real, o *software* DIANA, recorre a dois parâmetros, *Curage* e *Aging*, para

definir o início da retração e a data de betonagem dos elementos estruturais. Assim, *Curage* é definido como o instante de tempo (medido desde o início da análise) correspondente ao final da cura. *Aging* é a idade do betão no início da análise. Pela interpretação da Fig. 3.3, entende-se a definição dos conceitos anteriores. Para as lajes e vigas considerou-se *Curage* igual a 13 dias e *Aging* de 1 dia. Para os muros considerou-se *Curage* de -15 dias e *Aging* com o valor de 29 dias.

A análise não-linear da estrutura é incremental. Os incrementos podem ser de tempo ou de carga. No caso em estudo, são considerados inicialmente 27 incrementos de tempo. Depois, é aplicado o peso próprio em 20 incrementos de carga. Posteriormente ocorrem 28 incrementos de tempo até à aplicação da sobrecarga (valor quase permanente) que é aplicada em 12 incrementos. A carga nos muros é depois aplicada num incremento. Seguem-se então mais incrementos de tempo até ao final da análise que se definiu ser aos 30 anos.

3.1.3. GEOMETRIA

Em muitos casos práticos da Engenharia Civil, a verificação dos estados limites de utilização condicionam mais o cálculo estrutural que a própria verificação ao estado limite último, podendo determinar as dimensões das seções de betão e a disposição e quantidade de armadura. As condições em que se encontram as estruturas analisadas neste trabalho, implicam numa verificação dos estados limites de utilização que é decisiva para o seu correto funcionamento.

Segundo o EC2, para se garantir o estado limite de serviço de uma estrutura tem de ser assegurado o:

- controlo das tensões de serviço (cláusula 7.2);
- controlo da fendilhação (cláusula 7.3);
- controlo da deformação (cláusula 7.4).

A não consideração destas regras pode ter consequências negativas sobre a aparência e desempenho em serviço das estruturas de betão. Sendo assim e para o presente trabalho, é necessário verificar em condições de serviço as tensões de tração do betão, σ_c , e da armadura, σ_s .

Para se efetuar o controlo da fendilhação assumiu-se um limite máximo de abertura de fendas segundo a Tabela 3.2, para elementos de betão armado correspondente a $w_{m\acute{a}x.} = 0,3 \text{ mm}$. Este valor representa o limite a respeitar num grande número de obras de Engenharia Civil.

Tabela 3.2- Valores máximos aceitáveis para a largura de fendas, em elementos de betão armado, em combinação de ações quase-permanente. Adaptado do EC2 (CEN, 2010).

Classe de exposição	$w_{m\acute{a}x.}$
X0, XC1	0,4 mm
XC2, XC3, XC4	0,3 mm
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3	0,3 mm
NOTA: as classes de exposição consideradas são definidas no EC2.	

A deformação excessiva nas estruturas de betão armado está associada normalmente à acumulação da ocorrência dos fenómenos da retração e da fluência com a flexão devida às ações verticais. Uma correta verificação passa por se garantir um limite máximo de flecha dos elementos. Segundo o EC2 e considerando os casos em estudo no presente trabalho, para a combinação quase permanente de ações o valor máximo da flecha a tempo infinito corresponde a $l/250$, com l a representar o comprimento do menor vão da laje. Outra metodologia empregue pelo EC2 é o controlo da deformação sem cálculo direto da flecha, garantido pela relação entre o vão do elemento estrutural e a sua altura útil, conforme é expresso na cláusula 7.4.2 do EC2 (CEN, 2010). Contudo, para o presente caso, em que estamos perante uma estrutura que está sujeita a flexão composta com tração, este cálculo torna-se irrealista, pois é definido para estruturas sujeitas a flexão simples, e como é de esperar o esforço de tração conduz ao aumento da flecha, fazendo assim com que esse procedimento simplificado não seja aplicável.

Neste trabalho, a metodologia adotada para garantir a verificação ao estado limite de utilização para as lajes consistiu em assumir uma espessura plausível ($e = 0,20\text{m}$) e calcular as armaduras necessárias para garantir que a abertura de fendas não ultrapassa os $0,3\text{ mm}$. Para as vigas e muros foram também adotadas geometrias plausíveis, indicadas na Fig. 3.4.

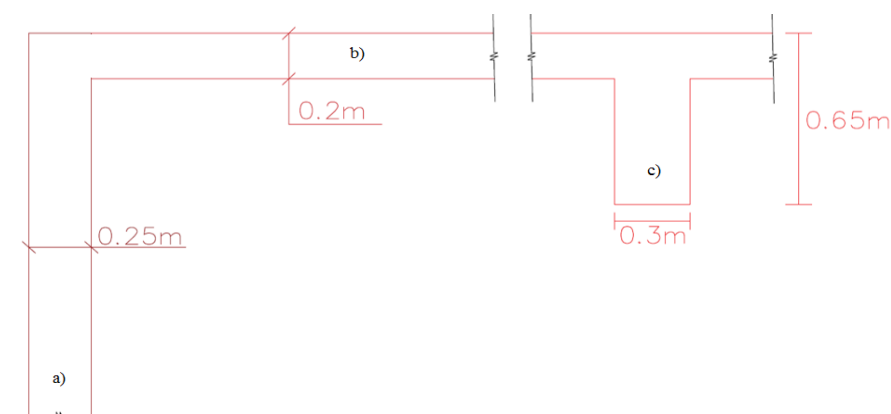


Fig. 3.4- Representação das dimensões dos elementos estruturais consideradas no presente trabalho. Em que a) muro, b) laje e c) viga.

Note-se que embora se tenha assumido uma largura de $0,3\text{ m}$ para as vigas, a altura da mesma foi pré-dimensionada através de metodologias correntes, recorrendo-se às tabelas e ábacos de dimensionamento de seções de betão solicitados à flexão e a esforços axiais segundo o Eurocódigo 2 (Barros e Figueiras, 2010). Neste caso considerou-se os esforços em Estado Limite Último (ELU) de acordo com o método de análise proposto pelo regulamento Americano (ACI, 2008).

Na quantificação da retração definiu-se que as dimensões da secção transversal dos elementos de betão (lajes e vigas) são traduzidas na chamada espessura equivalente, h_0 , determinada de acordo com a Fig. 3.5. Para as lajes determinou-se uma espessura equivalente de 200 mm e para as vigas $243,75\text{ mm}$. No caso do muro considerou-se uma espessura equivalente de 500 mm , que é igual ao dobro da espessura real. A justificação desse valor está relacionada com o facto de se considerar que não há trocas de humidade entre a face exterior do muro (em contacto com as terras) e o ambiente envolvente. Assume-se assim, que o muro está em contacto com um terreno com elevado grau de humidade. Com base neste pressuposto, para efeitos da estimativa da evolução da retração, o muro comporta-se como um elemento com a espessura de 500 mm que perdesse humidade nas duas faces.

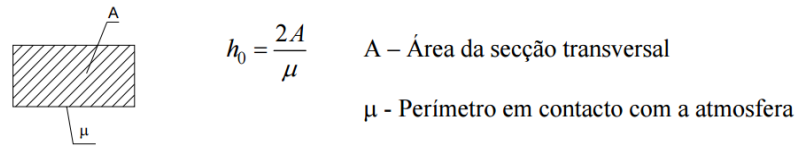


Fig. 3.5- Definição da espessura equivalente.

3.1.4. QUANTIDADE DE ARMADURA REQUERIDA

A determinação da quantidade de armadura para os elementos estruturais necessária para garantir os estados limites últimos e de serviço baseou-se nos documentos MC90 e EC2.

A expressão 3.2 indica a armadura necessária para fazer face à fendilhação causada pelas deformações impostas. No caso dos muros a armadura horizontal foi quantificada de acordo com a expressão 3.2, adotando-se a mesma quantidade para a armadura vertical. De referir que não foi feito um estudo detalhado da armadura necessária para o muro, porque este trabalho incide sobre o estudo do comportamento das lajes. Além disso, este estudo não poderia ser feito com um modelo que simulasse apenas o muro sob a laje.

$$A_{s,min.} = k_c \times k \times A_{ct} \times \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \quad (3.2)$$

em que,

- k é o coeficiente que tem em conta o efeito de tensões auto-equilibradas na secção;
- k_c coeficiente que tem em conta a natureza da distribuição de tensões na secção, imediatamente antes da fendilhação. A distribuição de tensões é a que resulta da combinação de efeitos de cargas e de deformações impostas impedidas. Tomando o valor de 1 para tração simples e de 0,4 para flexão sem esforço normal de compressão;
- A_{ct} área de betão na zona tracionada. A zona tracionada é a parte da secção que é calculada como estando em tração imediatamente antes da formação da primeira fenda.

De acordo com o exposto a armadura dos muros vai ser representada com $13,5 \text{ cm}^2/\text{m}$ (valor determinado na equação 3.3) distribuída numa malha quadrada em cada face. Este valor resulta de considerar-se uma tensão na armadura de 240 MPa e um w_k de 0,3mm segundo o EC2 (tabela 7.2N).

$$A_{s,min.} = 1 \times 1 \times 0.125 \times \frac{2.6}{240} = 13,5 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (3.3)$$

Após efetuar-se o a análise no software DIANA, verificou-se uma concentração de extensões elevadas muito localizada no canto do muro, como demonstra a Fig. 3.6. Na prática, esta situação seria resolvida com um reforço pontual de armadura, nesta zona.

Model: RESULTADOS2
LC1: Load Case 1
Step: 67 TIME: .11E5
Gauss EL.EKNN1 EKNN
All surfaces
Max/Min on model set:
Max = .132E-1
Min = 0
Factor = .1E6

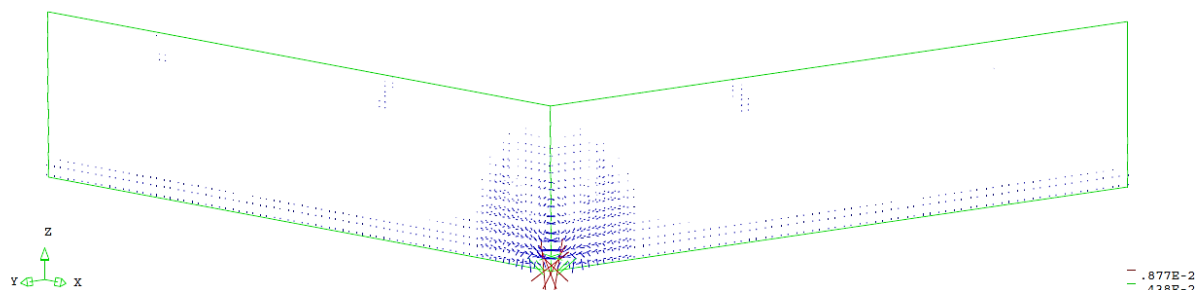


Fig. 3.6- Representação do padrão de fendilhação no muro através de vetores normais às fendas em cada ponto de integração, a longo prazo.

Relativamente à armadura estimada para as vigas, recorreu-se às expressões de (Barros e Figueiras, 2010), sendo que os esforços foram determinados de acordo com o método ACI (calculados anteriormente para determinar a altura da viga atendendo à verificação em ELU). A quantidade de aço estimada, para a zona de momentos negativos, foi de $15,6 \text{ cm}^2$, para a de momentos positivos foi de $11,3 \text{ cm}^2$ e para os estribos foi $6,57 \text{ cm}^2/\text{m}$. A Fig. 3.7 representa a geometria com a respetiva quantidade de armadura. Note-se que estes valores foram estimados para a viga mais carregada do piso e, de uma forma simplificada, atribuído às restantes.

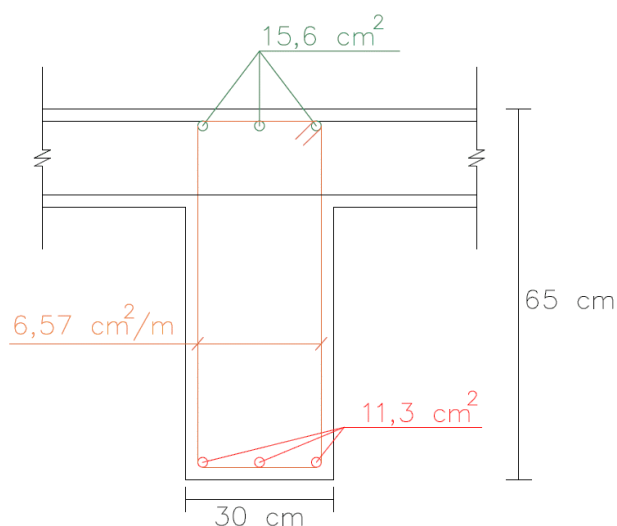


Fig. 3.7- Representação da quantidade de armadura estimada para as vigas.

Quanto à determinação da quantidade de armadura no caso das lajes, esta é estimada considerando que a secção se encontra, em serviço, sujeita a flexão composta com tração. A Fig. 3.8 demonstra o equilíbrio de forças numa secção fendilhada ao longo de toda a espessura, considerando-se um esforço de tração de elevada intensidade, quando comparado com o momento fletor.

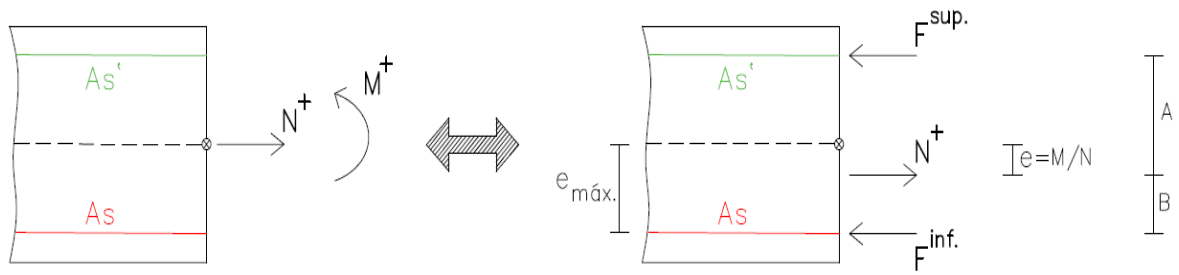


Fig. 3.8- Equilíbrio em flexão composta com tração, numa secção fendilhada, para um esforço axial com pequena excentricidade. Adaptado de (Carvalho, 2013).

As forças de tração nas armaduras correspondentes à aplicação de um esforço axial, N , e um momento fletor, M , são determinadas de acordo com as equações 3.4 e 3.5.

Se $|e| < e_{máx.}$,

$$\begin{cases} A = e_{máx.} + e \\ B = e_{máx.} - e \end{cases} \quad (3.4)$$

então,

$$\begin{cases} F_{inf.} = N \times \frac{A}{A+B} \\ F_{sup.} = N \times \frac{A}{A+B} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_{inf.} = \frac{F_{inf.}}{A_{s,inf.}} \\ \sigma_{sup.} = \frac{F_{sup.}}{A_{s,sup.}} \end{cases} \quad (3.5)$$

No equilíbrio da Fig. 3.8 a resultante encontra-se entre as duas armaduras. Caso $|e| > e_{máx.}$ a resultante dos esforços situa-se fora das armaduras, provocando compressões no betão, deixando de ser válido o equilíbrio proposto na Fig. 3.8. Nestes casos, segundo (Figueiras, 1993), o cálculo em secção fendilhada é feito da seguinte forma (Fig. 3.9).

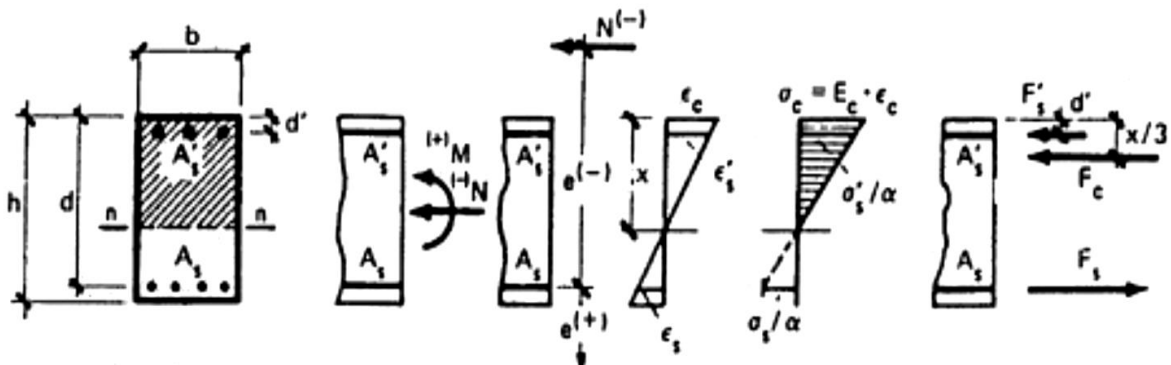


Fig. 3.9- Flexão composta em fase elástica fendilhada (Figueiras, 1993).

Estabelecendo as equações de equilíbrio e de compatibilidade de deformação obtém-se uma equação de 3º grau para determinação da profundidade do eixo neutro: $\xi = \frac{x}{d}$

$$\begin{aligned} \xi^3 - 3 \times \xi^2 \times \left(1 + \frac{e}{d}\right) + 6 \times \alpha_e \times \rho \times \xi \times \left[-\frac{e}{d} + \frac{\rho'}{\rho} \times \left(-\frac{e}{d} - 1 + \frac{d'}{d}\right)\right] - \\ - 6 \times \alpha_e \times \rho \times \left[-\frac{e}{d} + \frac{\rho'}{\rho} \times \frac{d'}{d} \times \left(-\frac{e}{d} - 1 + \frac{d'}{d}\right)\right] = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

que permite obter ξ em função de:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} \quad (3.7)$$

$$\rho = 100 \times \frac{A_s}{bd} \quad (3.8)$$

$$\rho' = 100 \times \frac{A_s'}{bd} \quad (3.9)$$

Conhecida a posição do eixo neutro, as tensões nos materiais são dadas por:

$$\sigma_c = \frac{\xi}{\frac{\xi^2}{2} \times \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) + \rho' \times \alpha_e \times \left(1 - \frac{d'}{d}\right)} \times \frac{M_s}{b \times d^2} = C_b \times \frac{M_s}{b \times d^2} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \alpha_e \times \sigma_c \times \frac{1 - \xi}{\xi} = \\ &= \frac{\alpha_e(1 - \xi)}{\frac{\xi^2}{2} \times \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) + \rho' \times \alpha_e \times \left(\xi - \frac{d'}{d}\right) \left(1 - \frac{d'}{d}\right)} \times \frac{M_s}{b \times d^2} = C_e \times \frac{M_s}{b \times d^2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

em que,

- e excentricidade da resultante de forças, determinada pelo quociente entre momento fletor e o esforço axial;
- b menor dimensão da peça;
- ρ percentagem de armadura de tração;
- ρ' percentagem de armadura de compressão;

- A_s ` área de aço em compressão;
- α_e razão entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade do betão;
- M_s momento em relação ao eixo da armadura A_s , dado pelo produto entre o esforço axial e a excentricidade em relação à posição dessa armadura.

Neste trabalho para a quantificação inicial de esforços presentes nas lajes considerou-se um esforço axial igual a $N_{cr} = A_c \times f_{ctm} = 520 \text{ kN}$ e os momentos fletores de acordo com as tabelas do Regulamento Britânico (British Standard, 1997).

Os valores dos momentos fletores resultantes da combinação de ações, indicada na equação 3.12, referentes ao Estado Limite Último apresentam-se na Tabela 3.3, bem como as respetivas armaduras obtidas com auxílio de ábacos para flexão simples (Barros e Figueiras, 2010). A exposição destes valores serve apenas para exibir a diferença entre os resultantes da verificação do Estado Limite de Serviço, pois nas condições em que a estrutura em estudo se encontra, é perceptível que o estado condicionante seja o de serviço.

$$P_{ed.} = 1,35 \times G_k + 1,5 \times Q_k \quad (3.12)$$

Tabela 3.3- Momentos fletores relativos ao ELU e respetivas armaduras. Acompanhar com a Fig. 3.10.

Representação dos momentos fletores	Momentos fletores em ELU (kN.m/m)	Área de aço requerida, $A_s(\text{cm}^2/\text{m})$
M_1^-	22,3	3,7
M_2^-	20,3	3,4
M_3^-	13,8	2,5
M_4^+	14,4	2,5
M_5^+	17,7	2,9
M_6^+	10,3	2,5
M_7^-	21,4	3,6

Note-se que na presença de armaduras inferiores à mínima estabelecida pelo EC2, a tabela só faz referência à armadura regulamentar, descrita pela equação 3.13, nos casos em que se verifica essa necessidade.

$$A_{s,min.} = 0,0015 \times b \times d \quad (3.13)$$

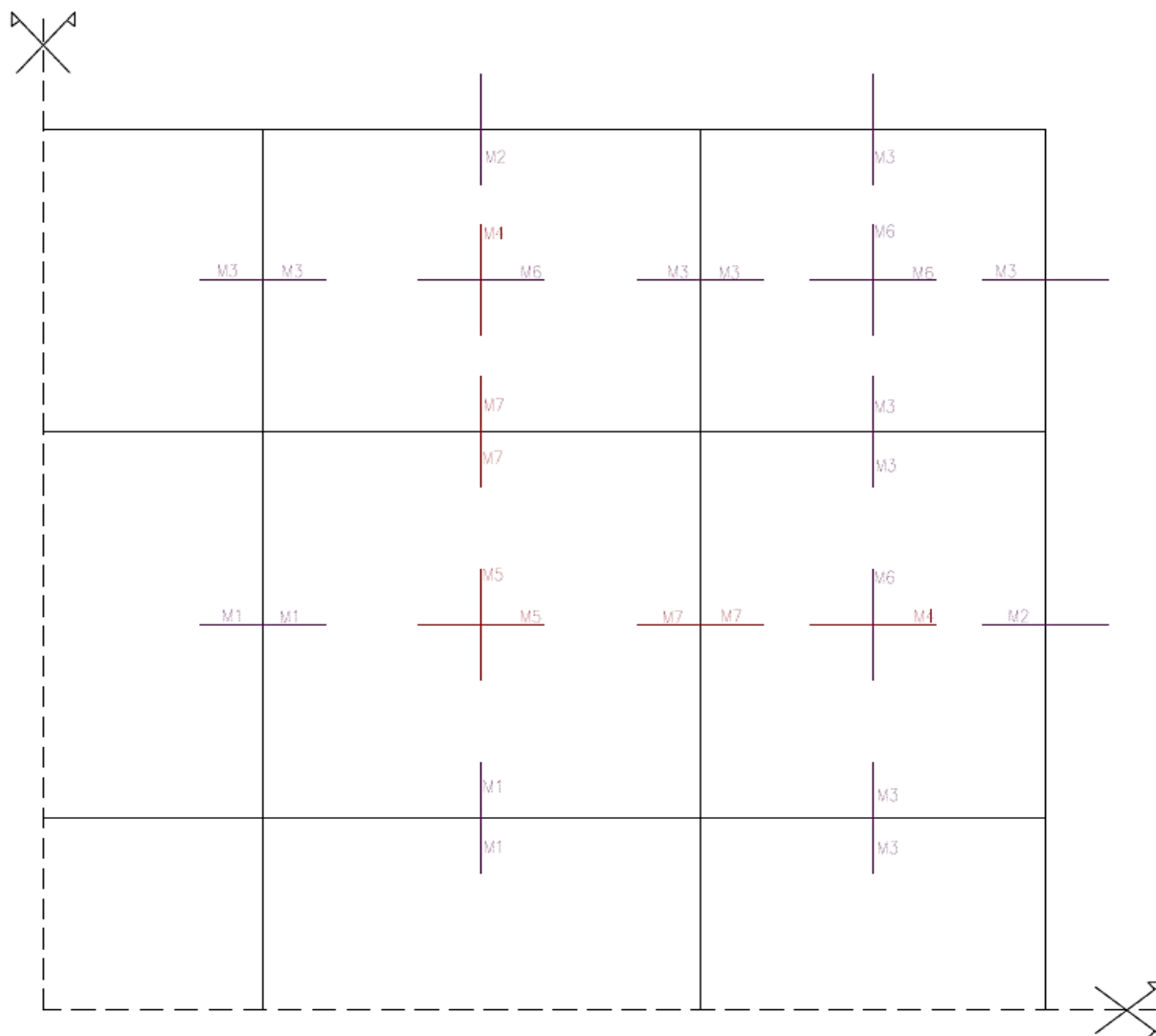


Fig. 3.10- Representação do quarto de piso em planta com a nomenclatura de apoio à obtenção dos momentos fletores.

Seguindo o critério exposto na Fig. 3.8, e com o auxílio do Microsoft Excel, realizaram-se um conjunto de iterações que verificassem uma abertura de fendas de 0,3 mm de acordo com o MC90, tendo em conta um rácio entre os módulos de elasticidade do aço e do betão de $\alpha_e = 15$ e uma extensão de retração $\varepsilon_{cs} = 509 \times 10^{-6}$ (valor consistente com o adotado a longo prazo no modelo de análise não-linear). Os resultados obtidos estão representados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4- Momentos fletores relativos ao ELS e respetivas armaduras. Acompanhar com a Fig. 3.10.

Representação dos momentos fletores	Momentos fletores em ELS (kN.m/m)	Tensão nas armaduras, σ_s (MPa)	Abertura de Fendas, w_k (mm)	Diâmetro das armaduras, ϕ (mm)	Área de aço requerida, A_s (cm ² /m)
M_1^-	12,5	251	0,3	12	14,0
M_2^-	11,4	248			13,8
M_3^-	7,7	240			13,2
M_4^+	8,1	240			13,2
M_5^+	9,9	245			13,6
M_6^+	5,8	235			12,9
M_7^-	12,0	250			13,9

Atendendo à proximidade que os valores das áreas das armaduras apresentam, definiu-se para a armadura superior do piso um valor de 14 cm²/m e para a armadura inferior 13,6 cm²/m, como representa a Fig. 3.11.

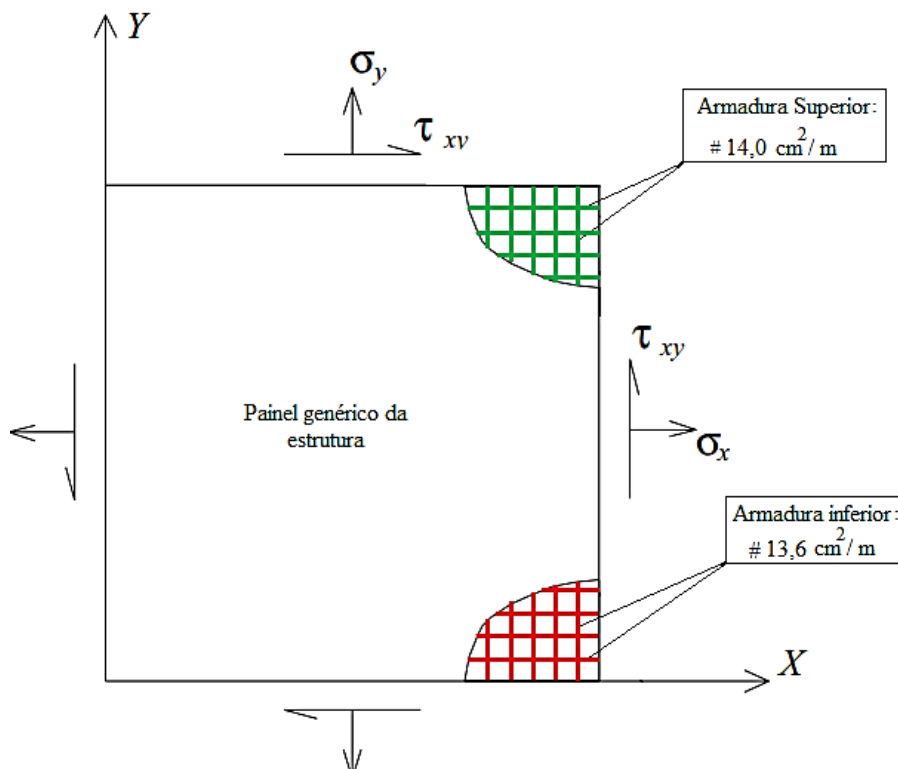


Fig. 3.11- Armadura adotada no início das análises numéricas.

A modelação das armaduras dos elementos estruturais no *software* DIANA, foi desenvolvida recorrendo a elementos embebidos (grelhas ou barras). No caso das lajes, aplicaram-se grelhas com uma distância entre a face de betão e o eixo das armaduras de 31 mm (25 mm de recobrimento nominal mais 6 mm ao eixo da armadura) para as direções X e Y. Para os muros, utilizou-se o mesmo tipo de elementos, mas com um recobrimento de 43 mm (35 mm de recobrimento nominal mais 8 mm ao eixo da armadura) para as direções X e Y. Nas vigas, utilizaram-se barras para definir os varões principais e grelhas para definir os estribos, definindo-se a posição destes elementos de acordo com a Fig. 3.12.

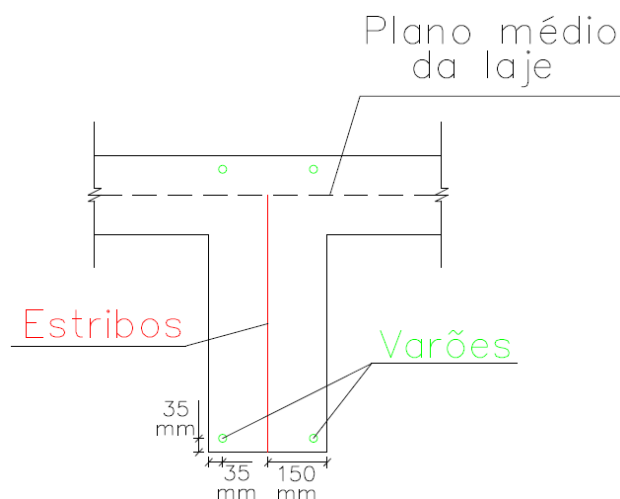


Fig. 3.12- Representação das distâncias modeladas na análise.

3.2. ANÁLISES EFETUADAS

Para cada caso de estudo foram realizados dois tipos de análises, sendo que o primeiro foi executado considerando que a estrutura apresenta um comportamento global não-linear e no segundo foi admitido que o muro tinha um comportamento linear-elástico de modo a conseguir obter resultados com um limite superior de rigidez do muro (análise designada por “análise não-linear parcial”). É importante referir que ao adotar a armadura estimada segundo o MC90 e considerando um esforço axial na laje igual a N_{cr} , nas análises efetuadas, verificou-se, num pós-processamento de dados, que a abertura de fendas se situava muito abaixo do máximo prescrito pelo EC2, ($w_{máx.} = 0,3$ mm). Numa primeira abordagem, reduziu-se essa armadura para 80% do seu valor, chegando a resultados de abertura de fendas que se encontravam ainda distantes do valor limite. Finalmente, ao adotar-se uma redução de 50%, os valores das aberturas de fendas apresentavam-se próximos dos 0,3 mm, o que permitiu saber que era essa quantidade de armadura que teria de ser empregue nas restantes análises, por forma a garantir um termo de comparação. A definição dos 80% iniciais de redução para as armaduras deve-se ao facto de, ao analisar-se o trabalho realizado por (Ribeiro, 2014), verificar-se que, para uma abertura de fendas limite igual a 0,3 mm, em lajes bidirecionais totalmente restringidas nos apoios, a quantidade de armadura necessária rondava os 80% da armadura estimada considerando um esforço axial igual a N_{cr} .

3.2.1. ANÁLISE NÃO-LINEAR GLOBAL

Esta análise tem em conta os aspetos considerado no capítulo 2, nomeadamente a retração, a fluência, e os efeitos associados à fendilhação e geralmente não é efetuada em projetos correntes de Engenharia

Civil, devido ao elevado tempo de cálculo envolvido e à sua maior complexidade, comparativamente a uma análise linear. Ao interpretar os casos de estudo envolvidos neste trabalho entende-se a necessidade deste tipo de análise, visto que se pretende analisar de forma detalhada a influência das deformações diferidas do betão e da fendilhação.

3.2.2. ANÁLISE NÃO-LINEAR PARCIAL

Como já foi referido, esta análise vai admitir dois tipos de comportamento para a estrutura em estudo, ou seja, no caso dos muros admite-se um comportamento linear-elástico e para as lajes e vigas considera-se os efeitos da fendilhação. O seu principal objetivo é obter valores com um limite superior de rigidez do muro, verificando assim a sua influência no comportamento da laje.

3.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste subcapítulo apresenta-se os resultados através de tabelas, gráficos e esquemas representativos da situação em estudo e a sua discussão, de modo a possibilitar uma melhor interpretação dos mesmos para as diferentes tipologias de análise.

Atendendo ao que foi referido no subcapítulo 3.2 acerca da quantidade de armadura requerida para garantir uma abertura de fendas de 0,3 mm nas análises, a Tabela 3.5 apresenta o rácio entre a quantidade de armadura estimada considerando um esforço axial igual a N_{cr} e a quantidade de armadura requerida nas análises não-lineares por forma a garantir um valor aproximadamente igual a $w_k = 0,3mm$ (atendendo à dimensão do modelo de análise, foi feito um número reduzido de análises variando a quantidade de armadura, não tendo sido assim obtido um valor da abertura de fendas exatamente igual a 0,3 mm).

Tabela 3.5- Armaduras requeridas quando se faz uma análise não-linear, comparadas com as estimadas considerando um esforço axial igual a N_{cr} , de modo a garantir-se uma $w_k = 0,3mm$.

	Armadura ($N = N_{cr}$) (cm^2/m)		Armadura (Diana) (cm^2/m)		Rácio entre armaduras $\left(\frac{A_{s,N=N_{cr}}}{A_{s,DIANA}}\right)$	
	$A_{s,sup.}$	$A_{s,inf.}$	$A_{s,sup.}$	$A_{s,inf.}$	$A_{s,sup.}$	$A_{s,inf.}$
Direção X e Y	14,0	13,6	7,0	6,8	50%	50%

Nos subcapítulos seguintes apresentam-se os resultados das análises não-lineares, considerando uma geometria do piso igual à apresentada na Fig. 3.13.

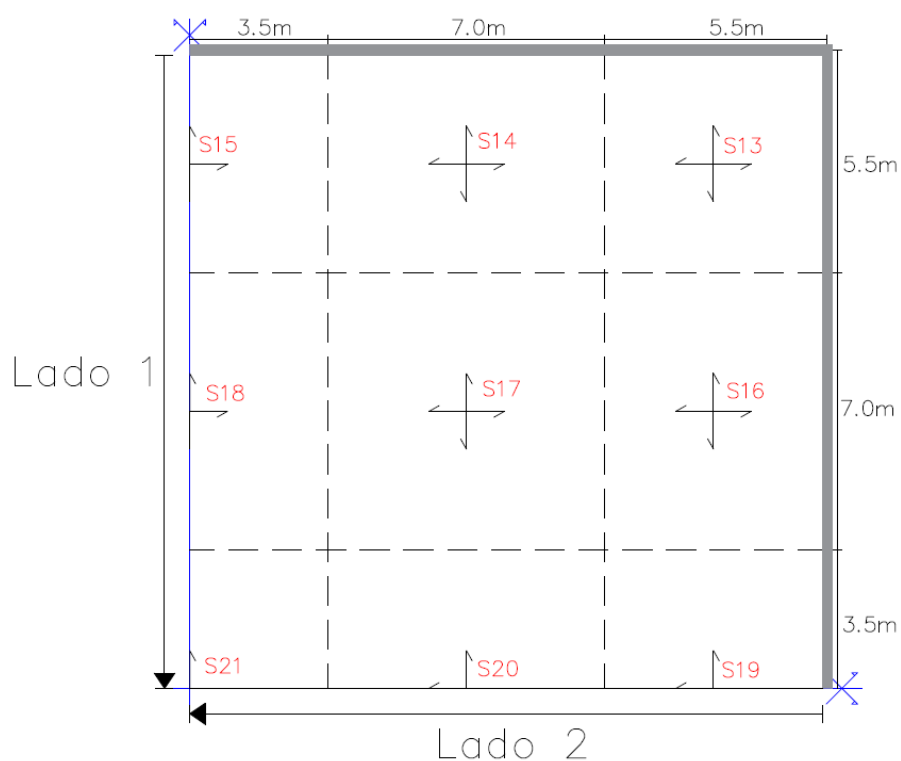


Fig. 3.13- Representação do quarto de piso com indicações necessárias para a definição dos resultados obtidos nas análises.

3.3.1. ANÁLISE NÃO-LINEAR GLOBAL

A Fig. 3.14 representa a variação da flecha ao longo do tempo para o centro do painel S13 (ver Fig. 3.13), escolhido devido ao facto de apresentar a maior variação da flecha no piso em estudo.

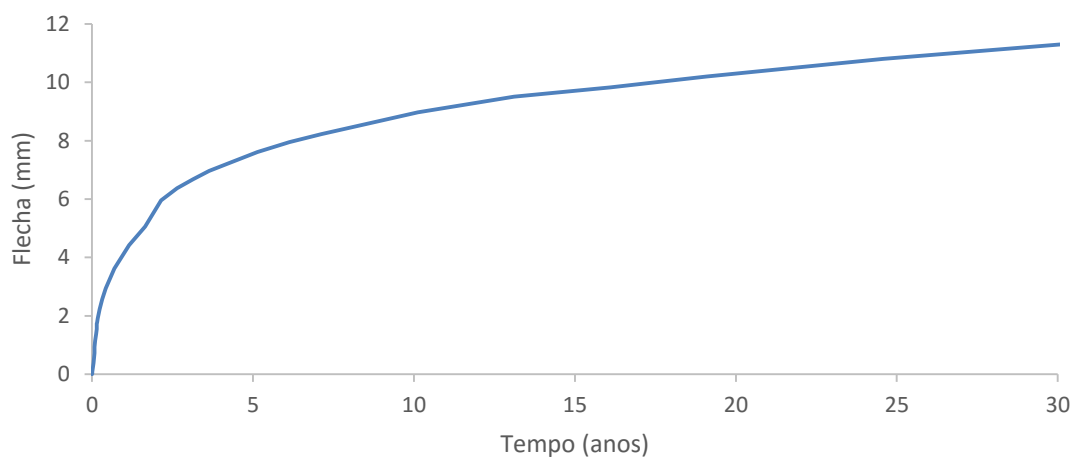


Fig. 3.14- Evolução da flecha ao longo do tempo no centro do painel S13.

Na reprodução da variação da flecha ao longo do tempo verifica-se que, no final da análise (aos 30 anos com uma flecha de 11,30 mm), o deslocamento continua a aumentar mas também se constata que a taxa de variação vai diminuindo, podendo assim afirmar-se que não é atingido o limite, a longo prazo, imposto pelo EC2, de seu valor $l/250 = 5500/250 = 22 \text{ mm}$.

No seguimento da análise das deformações da estrutura, apresenta-se na Fig. 3.15 e na Fig. 3.16 uma vista da deformada da estrutura, a longo prazo.

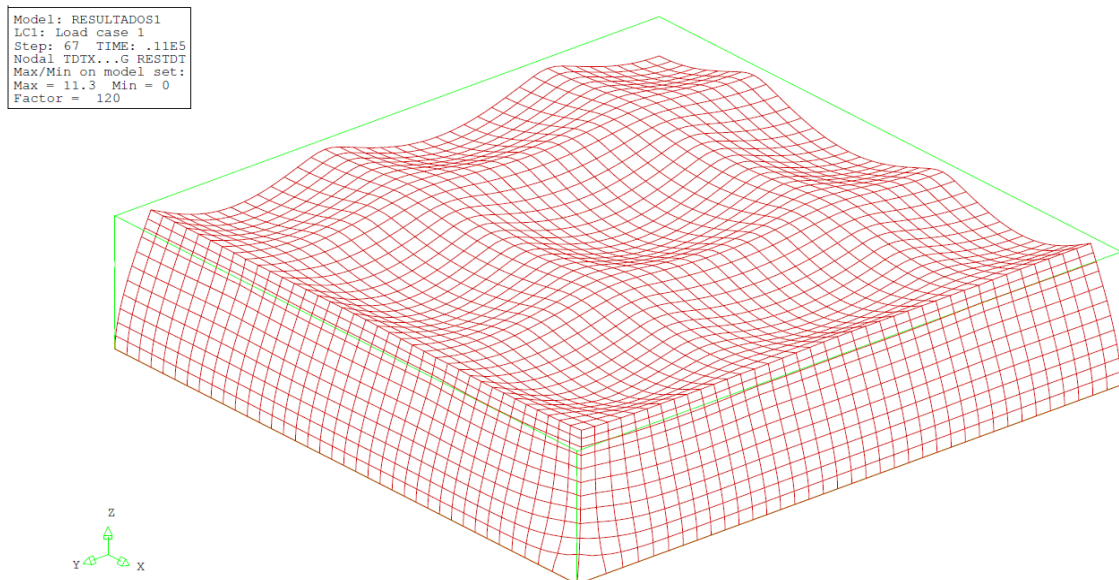


Fig. 3.15- Representação, em perspectiva, das deformações totais da estrutura a longo prazo.

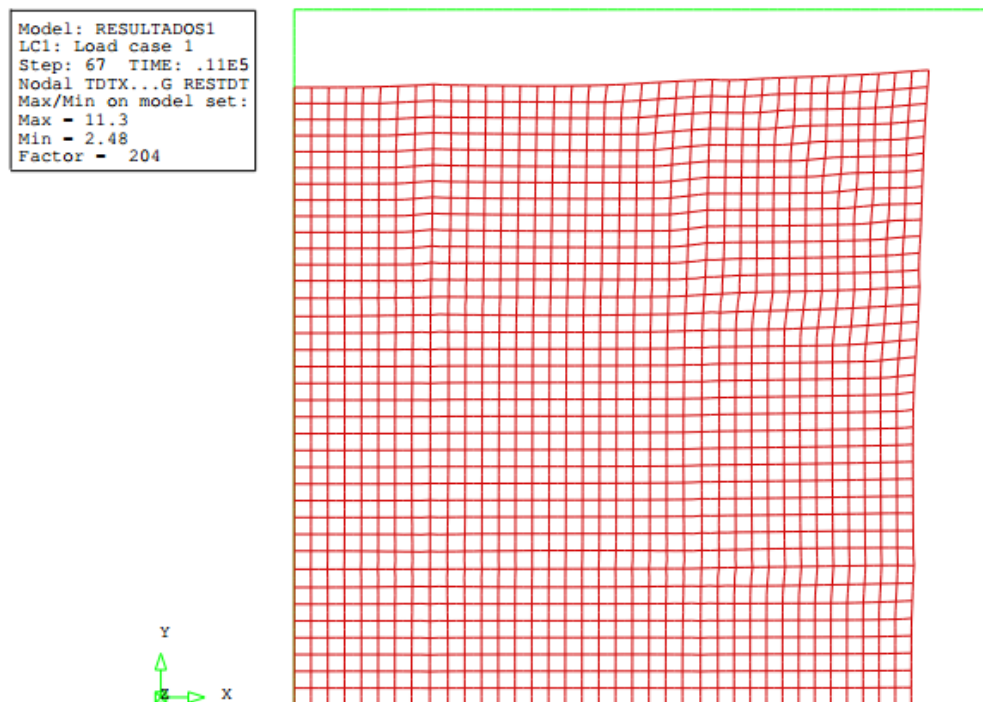


Fig. 3.16- Representação, em planta, das deformações totais das lajes do piso a longo prazo.

As deformações na laje são mais preponderantes junto ao muro, apresentando, nos diversos painéis, valores máximos entre 8 mm e 11,3 mm, como demonstra a Fig. 3.17.

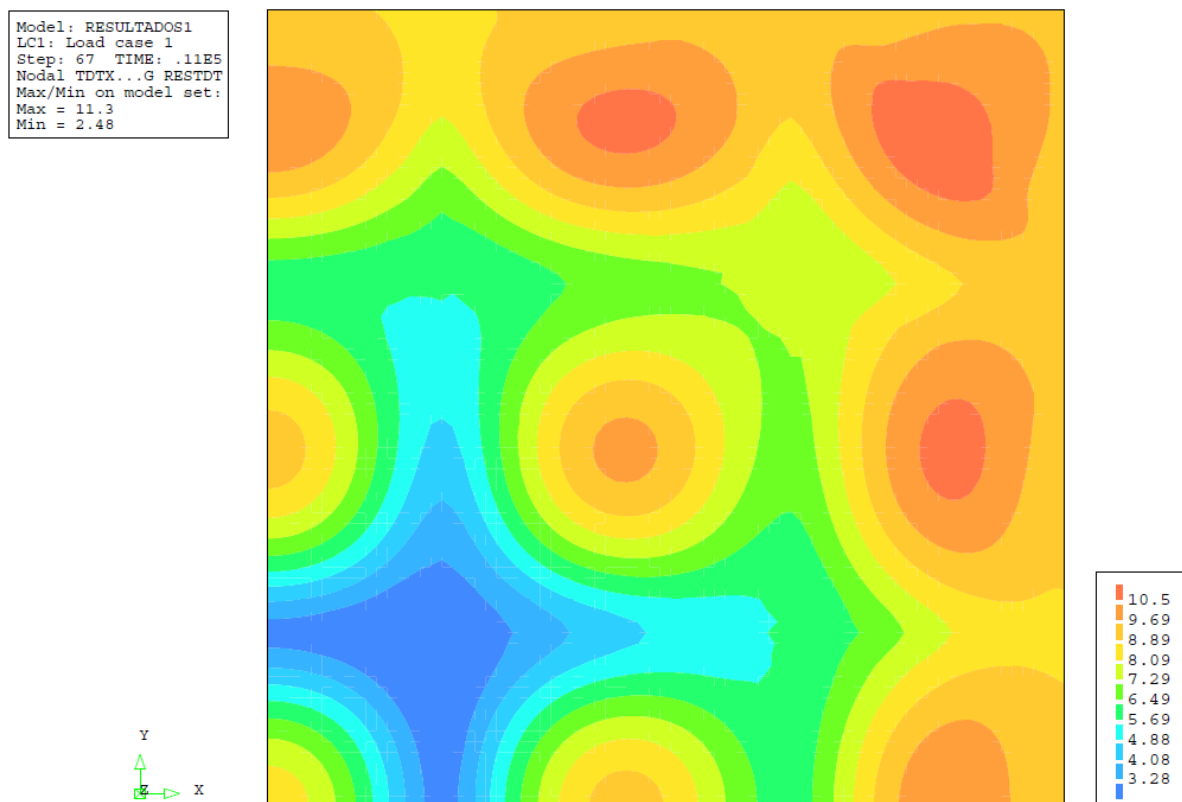


Fig. 3.17- Mapa de deformações nas lajes, a longo prazo, em mm.

O muro, ao acompanhar a deformação das lajes, vai também ser sujeito a deformações, como se ilustra na Fig. 3.18. Na zona de canto do muro verificam-se os valores mais elevados, atingindo um máximo de 9,65 mm de deformação.

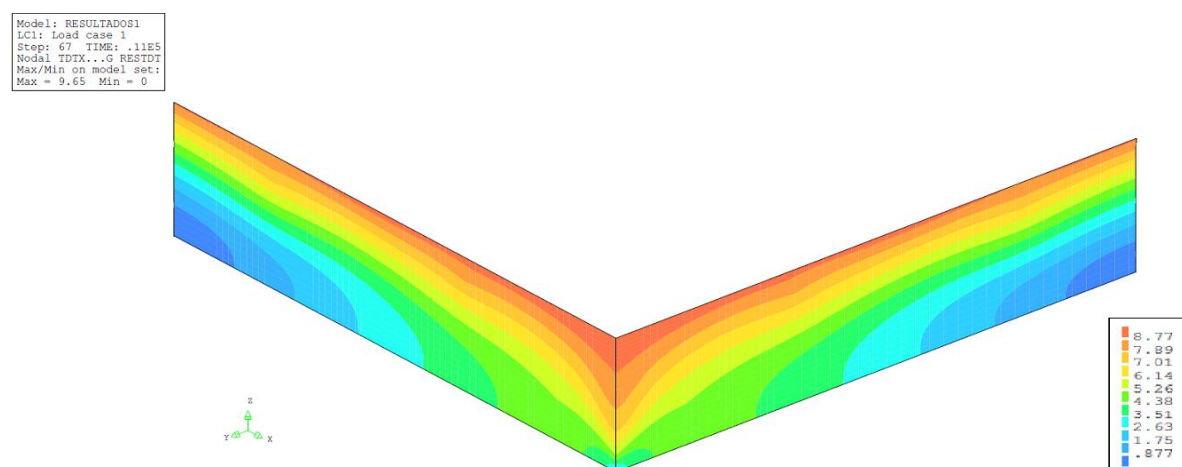


Fig. 3.18- Mapa de deformações no muro, a longo prazo, em mm.

Na Tabela 3.6 enumeram-se os vários painéis do piso em estudo com a respetiva flecha retirada da análise. Verifica-se que estes valores são inferiores ao estabelecido pelo EC2, no sentido de cumprir o estado limite de deformação.

Tabela 3.6- Flechas, em mm, obtidas nos pontos mais desfavoráveis de cada painel da laje, a longo prazo, comparadas com o limite máximo prescrito pelo EC2.

Painéis	Dimensões (m)	Flechas a longo prazo (Diana)	Flechas máximas (EC2)
S13	5,5 × 5,5	11,3	22
S14	5,5 × 7,0	10,7	22
S15	5,5 × 7,0	10,4	22
S16	5,5 × 7,0	10,8	22
S17	7,0 × 7,0	9,93	28
S18	7,0 × 7,0	9,28	28
S19	5,5 × 7,0	10,4	22
S20	7,0 × 7,0	9,24	28
S21	7,0 × 7,0	8,57	28

A retração e o abaixamento de temperatura provocam deformações axiais. Para se avaliar a importância do impedimento, conferido pela estrutura, a essas deformações, compara-se a deformação livre do betão com a deformação média obtida na análise não-linear, em painéis representativos. Para determinar as extensões médias no piso, nas direções X e Y , seguiu-se o esquema apresentado na Fig. 3.19. Os resultados obtidos, bem como a sua comparação com a deformação livre do betão, estão apresentados na Tabela 3.7. Recorde-se que a extensão devida à variação térmica livre corresponde a $\varepsilon_{cT} = 150 \times 10^{-6}$.

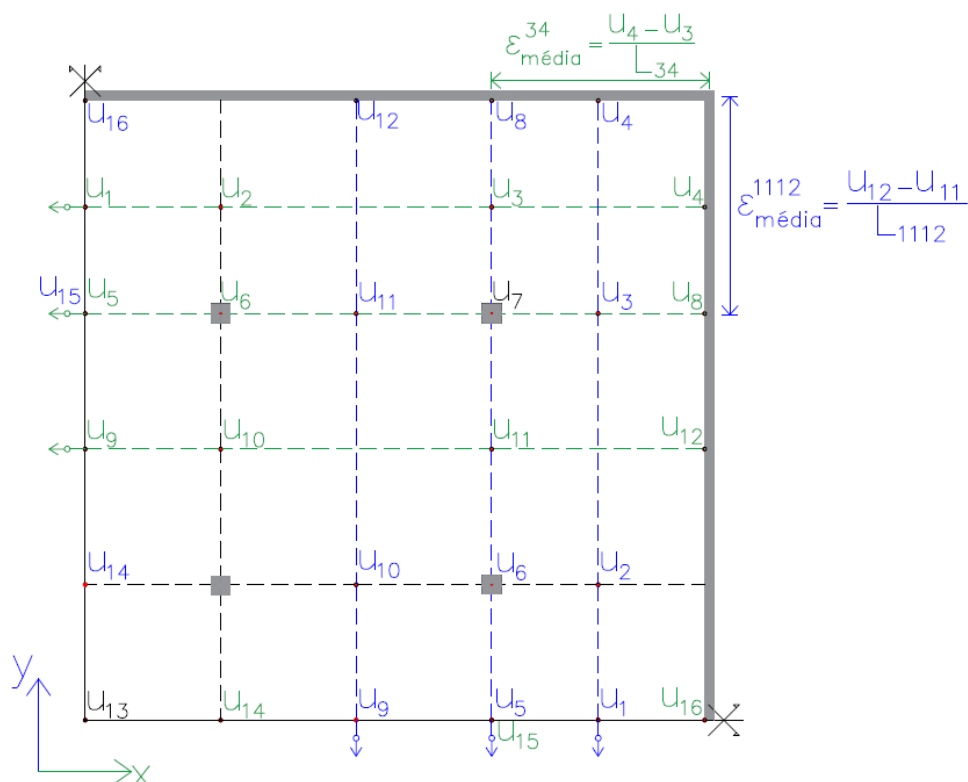


Fig. 3.19- Apoio à determinação da extensão média nos painéis do piso em estudo, em que u representa o deslocamento e L a dimensão de cada painel de laje.

Tabela 3.7- Rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, a longo prazo.

Designação	$\epsilon_{m\acute{e}dia}$ em X e Y (Diana)	$\epsilon_{cs} + \epsilon_{cT}$ (MC90)	Rácio de extensões em X e Y $\left(\frac{\epsilon_{m\acute{e}dia}}{\epsilon_{cs} + \epsilon_{cT}}\right)$
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{12}$	437×10^{-6}	659×10^{-6}	0,66
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{23}$	464×10^{-6}		0,70
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{34}$	496×10^{-6}		0,75
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{56}$	500×10^{-6}		0,76
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{67}$	489×10^{-6}		0,74
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{78}$	487×10^{-6}		0,74
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{910}$	517×10^{-6}		0,78
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{1011}$	524×10^{-6}		0,80
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{1112}$	567×10^{-6}		0,86
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{1314}$	531×10^{-6}		0,81
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{1415}$	537×10^{-6}		0,81
$\epsilon_{m\acute{e}dia}^{1516}$	576×10^{-6}		0,87

Verifica-se que as extensões médias em X e Y são iguais, como era de esperar, devido às condições de simetria presentes na estrutura, passando a analisar-se apenas a direção X . Os valores apresentados na Tabela 3.7 mostram que a deformação livre do betão, associada aos efeitos térmicos e da retração, é parcialmente impedida. No entanto esse impedimento é bastante inferior ao que corresponde ao impedimento total das deformações impostas. Na zona central do piso, ou seja, nos pontos 9, 10, 11 e 12 constata-se um impedimento menos acentuado contrastando com os pontos 1, 2, 3 e 4 onde o impedimento é mais significativo. Na Fig. 3.20 representam-se os rácios entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, para a direções X .

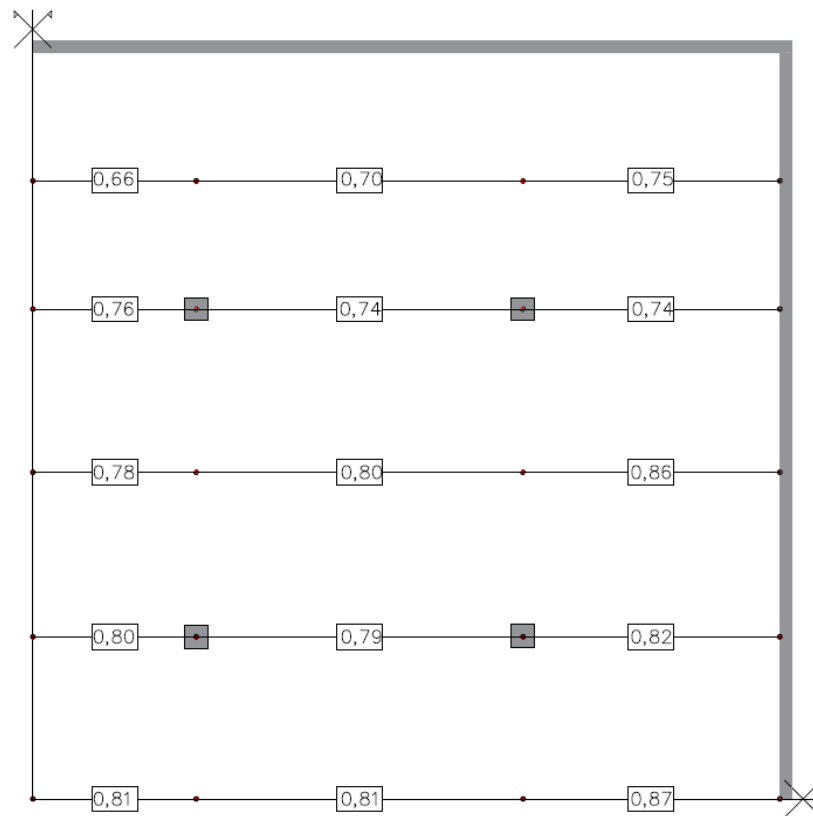


Fig. 3.20- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção X .

De forma a entender a evolução da extensão média, na direção X , ao longo do tempo, identifica-se nas Fig. 3.21 e Fig. 3.22, esse desenvolvimento entre os ponto 3-4 e 13-14.

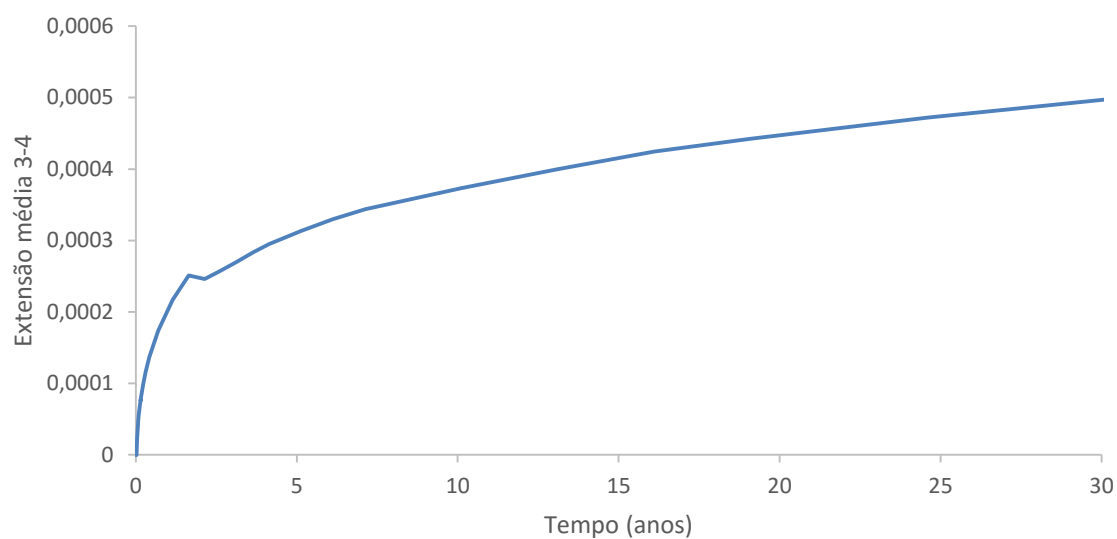


Fig. 3.21- Evolução da extensão média (3-4) ao longo do tempo.

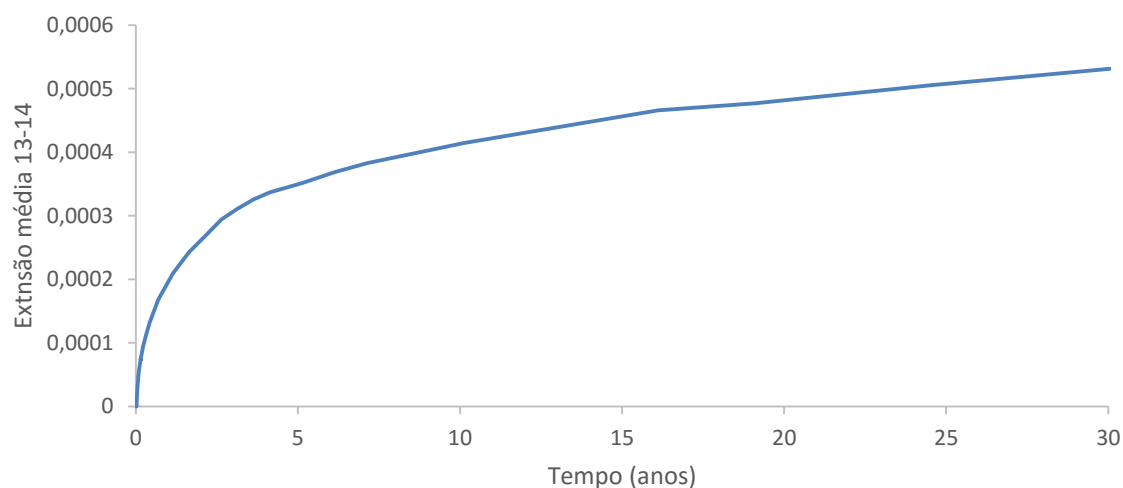


Fig. 3.22- Evolução da extensão média (13-14) ao longo do tempo.

Na Fig. 3.23 estão apresentadas as reações axiais nodais, correspondentes ao lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo relevantes para esta discussão: após a aplicação do peso próprio; após a aplicação das sobrecargas nas lajes e nos muros; aos 4 anos (contados desde o início da análise); e aos 30 anos (instante que corresponde ao final da análise). Note-se que não é apresentado o esforço axial nos nós de intersecção com as vigas, uma vez que esse interessa para a análise da viga e não da laje. Esta medida é adotada nos restantes gráficos apresentados neste trabalho.

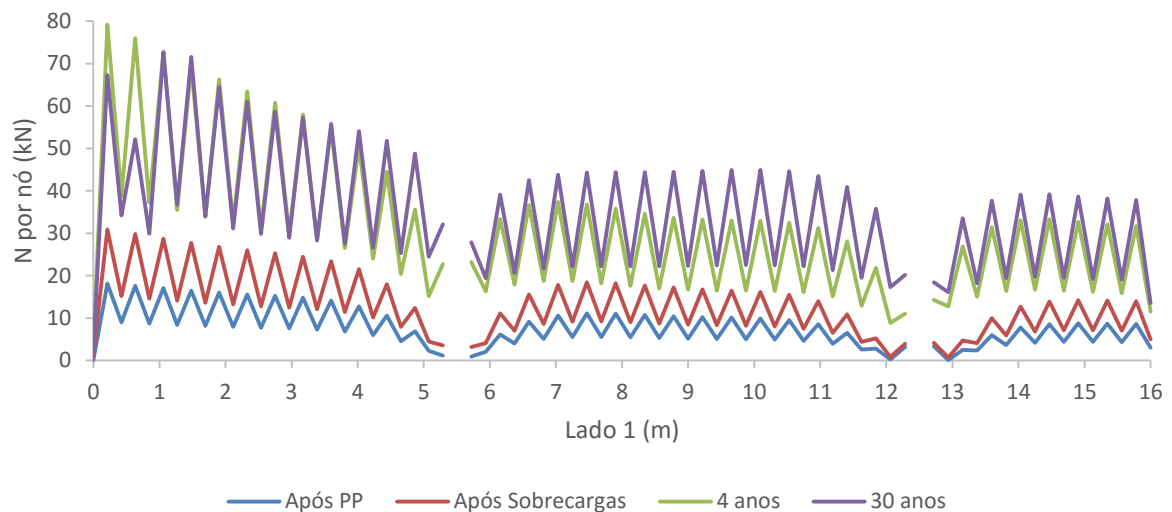


Fig. 3.23- Reações axiais nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

As reações nodais aumentam ao longo do tempo, atingindo-se um limite aos 30 anos. (Ribeiro, 2014) concluiu que, após a aplicação da sobrecarga, ocorre um decréscimo do esforço axial devido à fendilhação provocada pelos esforços de flexão. Tal não aconteceu neste estudo, o que mostra que a estrutura em análise apresenta um comportamento diferente do verificado para um único painel bidirecional totalmente restringido.

A Fig. 3.24, expõe as reações axiais nodais ao longo do tempo para o lado 2. Atendendo à simetria da estrutura, as reações apresentadas são iguais ao lado 1.

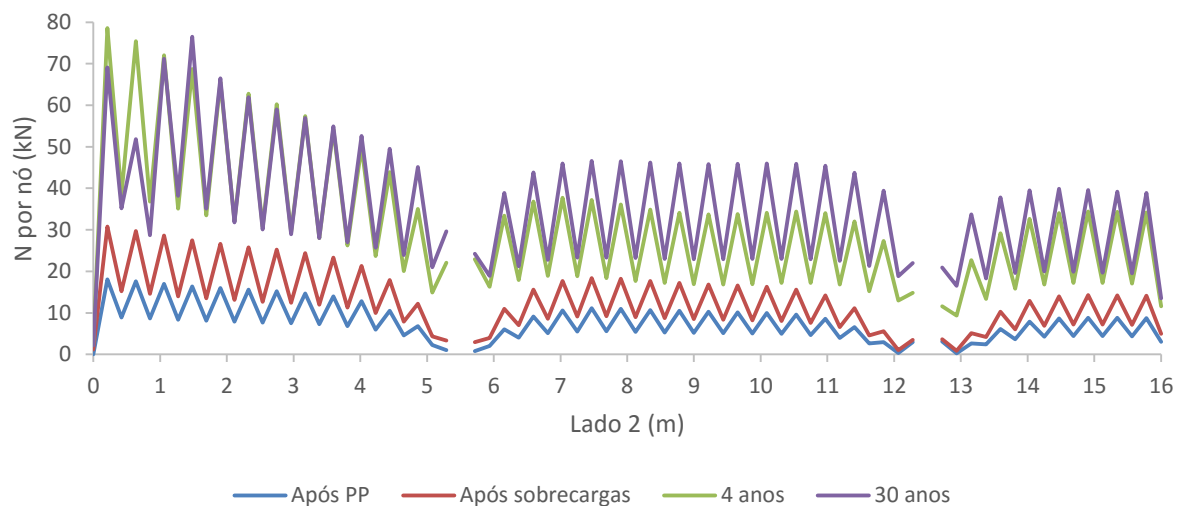


Fig. 3.24- Reações axiais nodais, ao longo do lado 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

No instante de tempo correspondente aos 30 anos, ocorrem os esforços mais significativos. Como os lados 1 e 2 têm esforços análogos, na Fig. 3.25 apresentam-se resultados para o lado 1, para esse instante de tempo. Os resultados apresentados correspondem a uma média móvel do valor obtido em 4

pontos contíguos. Esta média móvel foi realizada atendendo à grande variação de resultados entre nós situados nos vértices dos elementos finitos e nós intermédios. Esta metodologia é aplicada com o intuito de comparar estes valores com o esforço N_{cr} .

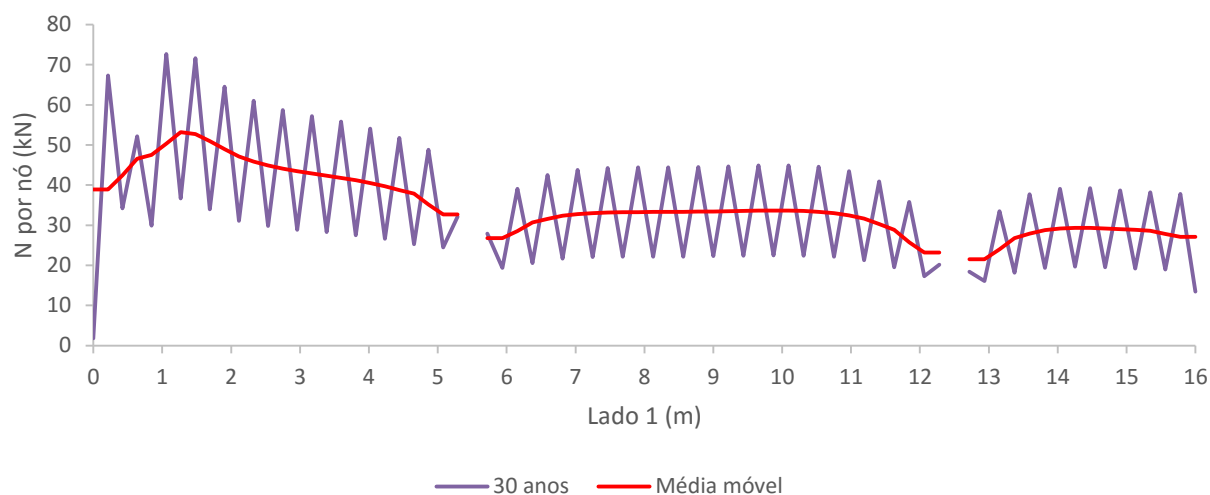


Fig. 3.25- Reações axiais nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, a longo prazo.

Seguindo o exposto anteriormente, na Fig. 3.26 reproduz-se o rácio entre o esforço por metro, que advém de um pós processamento da análise, e o esforço de fendilhação igual a 520 kN/m (valor considerado neste trabalho).

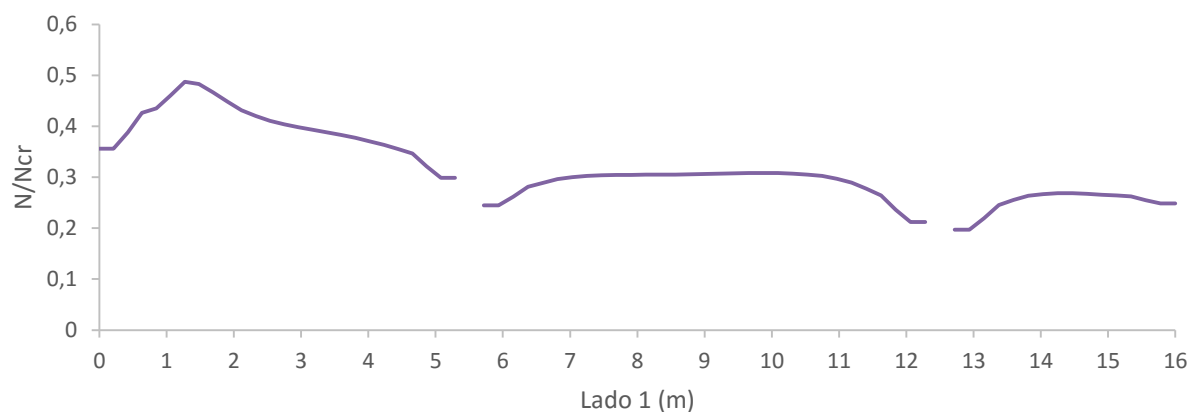


Fig. 3.26- Rácio entre o esforço axial que advém da análise, a longo prazo, e o esforço axial N_{cr} .

A reação axial máxima instalada ao longo do bordo da laje varia de 25% a 45% do esforço axial de fendilhação, N_{cr} , como demonstra a Fig. 3.26.

Nas Fig. 3.27 apresentam-se os momentos fletores ao longo do lado 1. Verifica-se que os esforços mais preponderantes são registados após a aplicação das sobrecargas, decrescendo gradualmente ao

longo do tempo. Para os dois lados, os momentos fletores são idênticos, passando a representar-se apenas o lado 1.

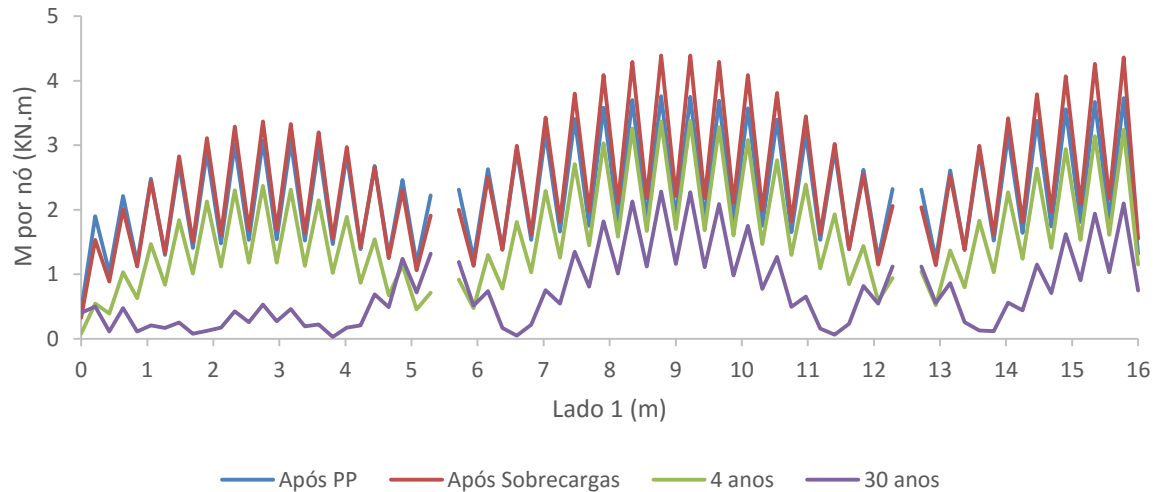


Fig. 3.27- Momentos fletores nodais ao longo do lado 1 da estrutura para quatro períodos de tempo.

Sendo assim, para definir-se a gama de momentos fletores máximos presentes nos painéis, recorreu-se à análise do instante de tempo após a aplicação das sobrecargas. Na Fig. 3.28 apresentam-se os valores dos momentos fletores ao longo do lado 1, bem como a sua média móvel (média dos valores em 4 nós contíguos). Através de um pós-processamento dos dados e sabendo que os nós se encontram dispostos a uma distância entre si de 0,21 m, verifica-se que os valores máximos no tramo junto ao muro são de $\sim 10 \text{ kN.m/m}$, enquanto nos restantes tramos são de $\sim 14 \text{ kN.m/m}$.

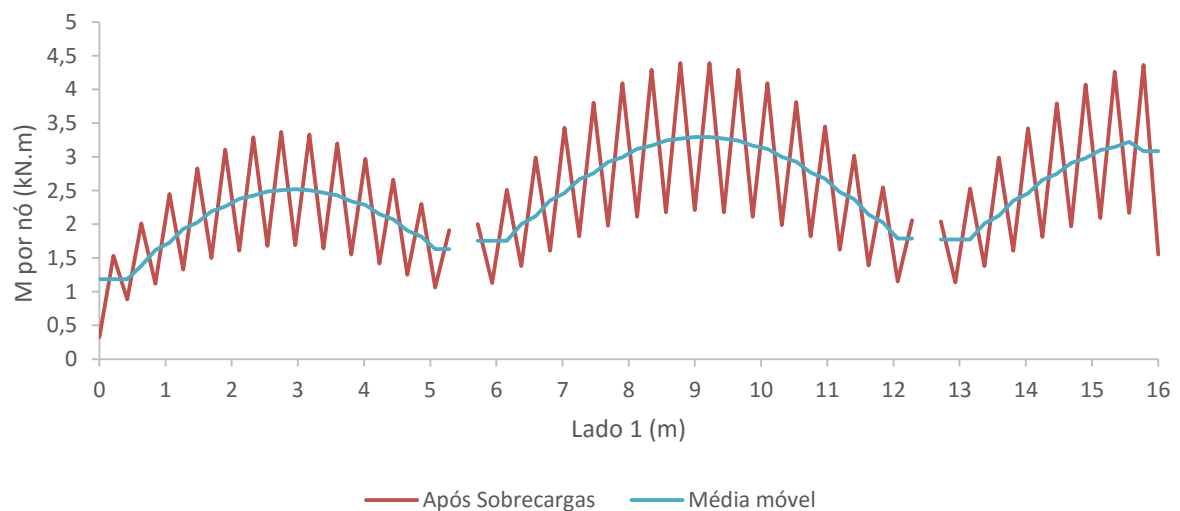


Fig. 3.28- Momentos fletores nodais ao longo do lado 1 da estrutura após a aplicação das sobrecargas.

As Fig. 3.29 e Fig. 3.30 mostram o padrão de fendilhação, no instante final da análise, para a superfície inferior e superior da laje, respetivamente.

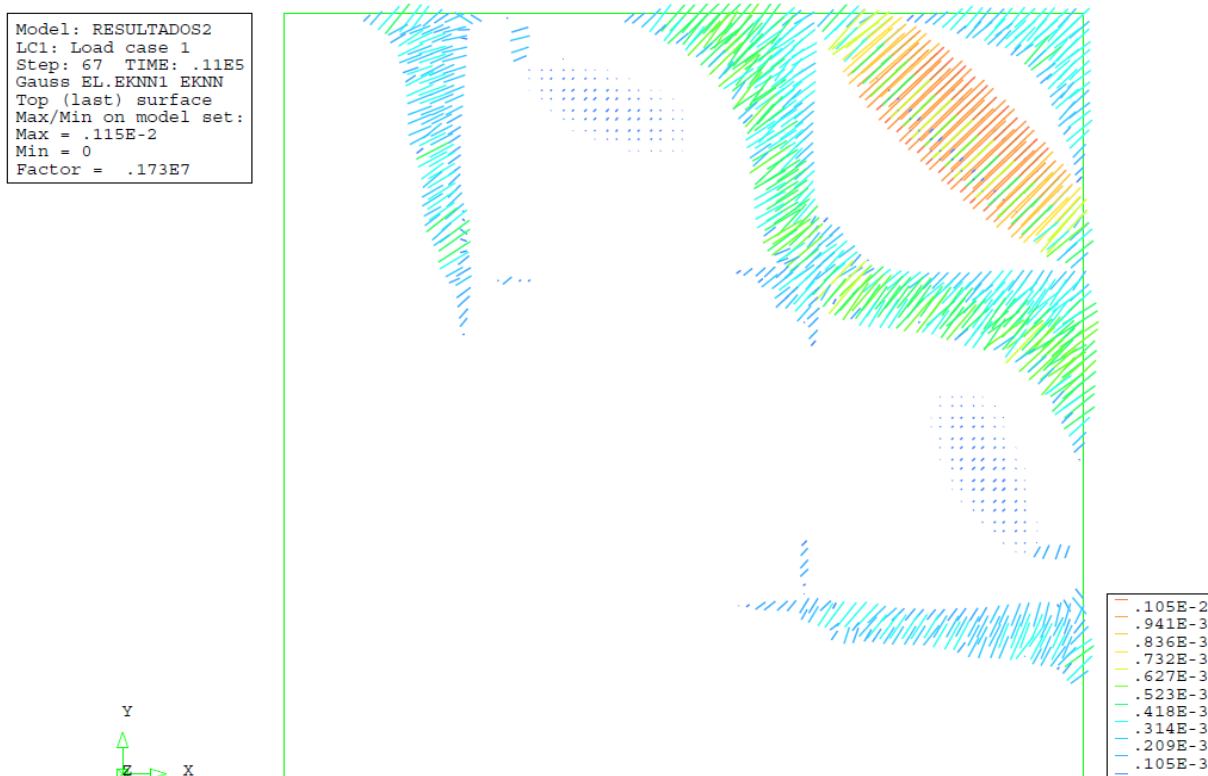


Fig. 3.29- Padrão de fendilhação na superfície inferior das lajes, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.

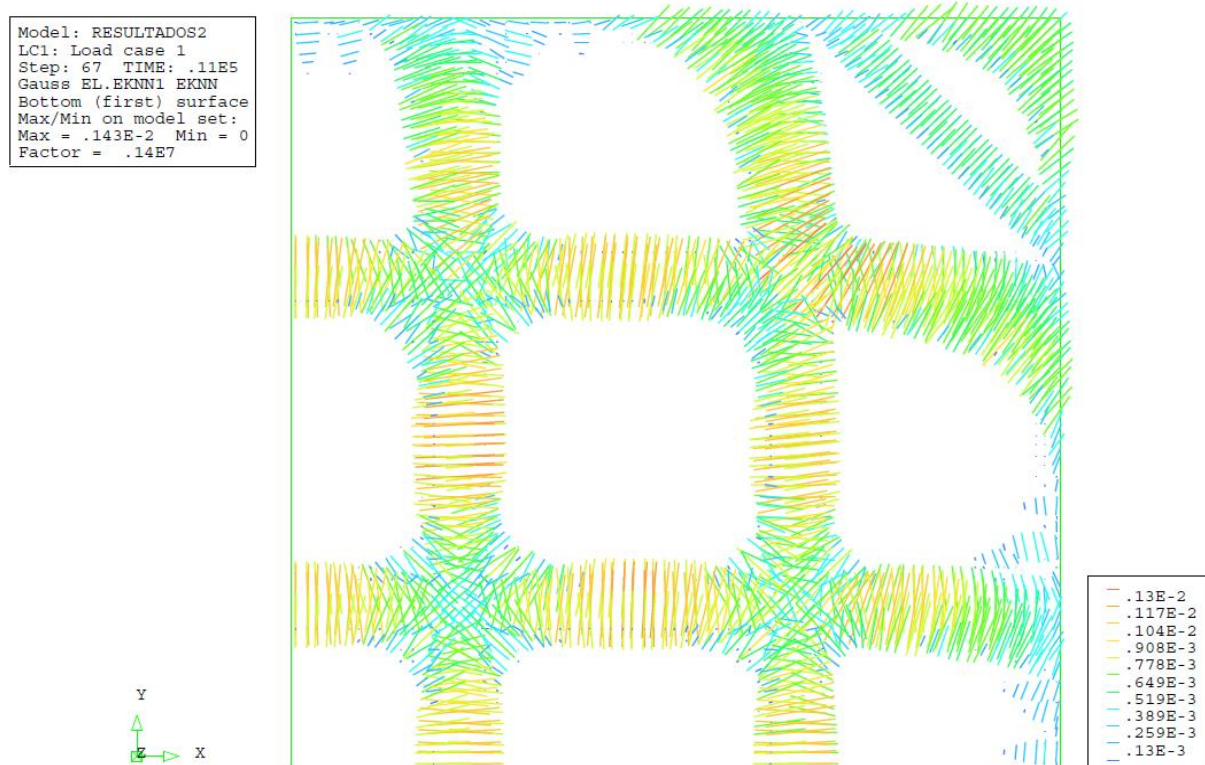


Fig. 3.30- Padrão de fendilhação na superfície superior da laje, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.

Com esta representação do padrão de fendilhação fica claro que as zonas mais afetadas são as que estão junto ao muro, mas a abertura de fendas máxima ocorre na zona dos apoios do painel S17, com um valor de 0,34 mm. Nas Fig. 3.31 e Fig. 3.32, representa-se a variação ao longo do tempo da abertura de fendas para os painéis S16 e S13 (no elemento finito onde a abertura de fendas é maior), respetivamente. Consta-se que na Fig. 3.32 o valor da abertura de fendas no centro do painel S13 decresce a partir dos 10 anos. Esta situação é devida à redistribuição de esforços que ocorre ao longo do tempo no painel e que induz a diminuição da w_k nesta zona, provocando o aparecimento de outras fendas noutra zona onde os esforços sejam mais preponderantes.

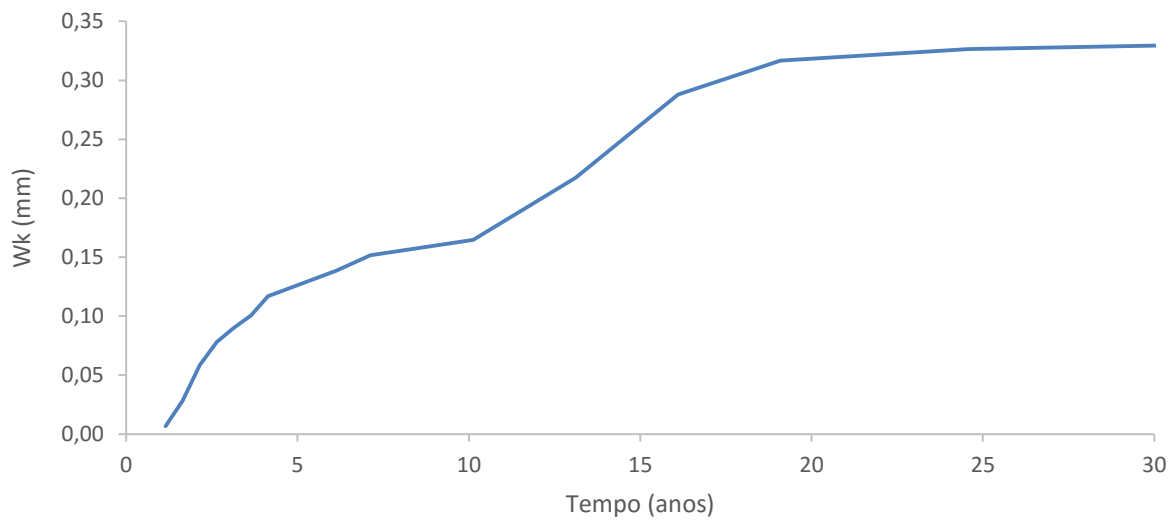


Fig. 3.31- Evolução da abertura de fendas na superfície superior do painel S16 (no elemento finito onde a abertura de fendas é maior), ao longo do tempo.

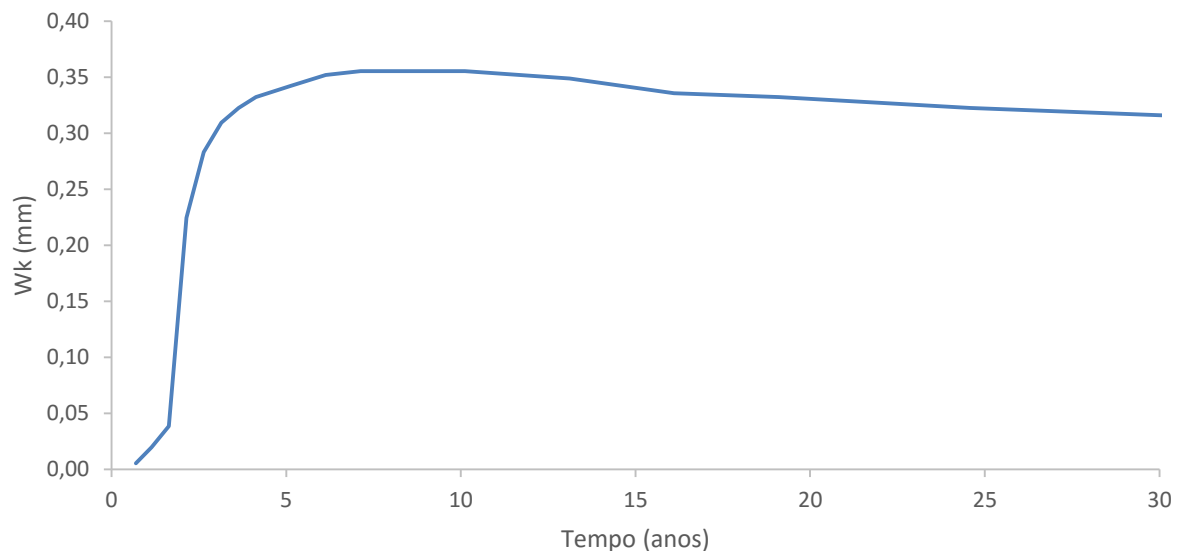


Fig. 3.32- Evolução da abertura de fendas na superfície inferior do painel S13 (no elemento finito onde a abertura de fendas é maior), ao longo do tempo.

No sentido de se entender a grandeza máxima da abertura de fendas e as correspondentes tensões nas armaduras dos painéis mais solicitados, apresentam-se resultados adicionais na Tabela 3.8 e na Tabela 3.9. Considerou-se uma redução de 50% da armadura na análise não linear quando comparada com a do cálculo analítico ($N=N_{cr}$).

Tabela 3.8- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90, com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), para o painel S16.

		Superfície Superior (zona dos apoios)		
		$l_{s,máx.}^k (mm)$	$w_k (mm)$	$\sigma_{s,fenda} (MPa)$
Painel S16	Cálculo analítico ($N=N_{cr}$)	220	0,30	251
	Análise não-linear	320	0,33	146

Tabela 3.9- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90, com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), para o painel S13.

		Superfície Inferior (zona de meio vão)		
		$l_{s,máx.}^k (mm)$	$w_k (mm)$	$\sigma_{s,fenda} (MPa)$
Painel S13	Cálculo analítico ($N=N_{cr}$)	227	0,30	245
	Análise não-linear	329	0,32	154

Note-se que os valores apresentados das tensões das armaduras nas fendas são resultado de um pós processamento efetuado através da equação 2.78. O ponto de integração considerado foi o mais próximo da armadura, de acordo com a Fig. 2.17. Para a determinação dos valores de $l_{s,máx.}^k$ na análise não-linear recorreu-se à equação 2.26 uma vez que as fendas apresentavam uma inclinação aproximadamente de 45 graus ($\alpha \cong 45^0$) com as armaduras.

• Avaliação da influência da evolução da retração nas vigas

Na análise cujos resultados foram apresentados atrás, as deformações por retração nas vigas e nas lajes não apresentam evolução igual ao longo do tempo, uma vez que a espessura equivalente toma valores diferentes nesses dois tipos de elementos. Para avaliar a influência da deformação diferencial entre as vigas e as lajes, foi realizada uma nova análise, considerando que as propriedades materiais das vigas e das lajes são iguais (nomeadamente a espessura equivalente, que se definiu igual a 200 mm para ambos os elementos). Na Tabela 3.10 apresenta-se o rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, a longo prazo. Verifica-se que os valores são iguais aos obtidos na análise não-linear global com as propriedades dos materiais (lajes e vigas) diferentes.

Tabela 3.10- Rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, a longo prazo.

Designação	$\varepsilon_{média}$ em X e Y (Diana)	$\varepsilon_{cs} + \varepsilon_{cT}$ (MC90)	Rácio de extensões em X e Y $\left(\frac{\varepsilon_{média}}{\varepsilon_{cs} + \varepsilon_{cT}}\right)$
$\varepsilon_{média}^{12}$	437×10^{-6}	659×10^{-6}	0,66
$\varepsilon_{média}^{23}$	464×10^{-6}		0,70
$\varepsilon_{média}^{34}$	496×10^{-6}		0,75
$\varepsilon_{média}^{56}$	500×10^{-6}		0,76
$\varepsilon_{média}^{67}$	489×10^{-6}		0,74
$\varepsilon_{média}^{78}$	487×10^{-6}		0,74
$\varepsilon_{média}^{910}$	517×10^{-6}		0,78
$\varepsilon_{média}^{1011}$	524×10^{-6}		0,80
$\varepsilon_{média}^{1112}$	567×10^{-6}		0,86
$\varepsilon_{média}^{1314}$	531×10^{-6}		0,81
$\varepsilon_{média}^{1415}$	537×10^{-6}		0,81
$\varepsilon_{média}^{1516}$	576×10^{-6}		0,87

Na Fig. 3.33 e na Fig. 3.34, representam-se as reações axiais nodais e os momentos fletores nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, respetivamente.

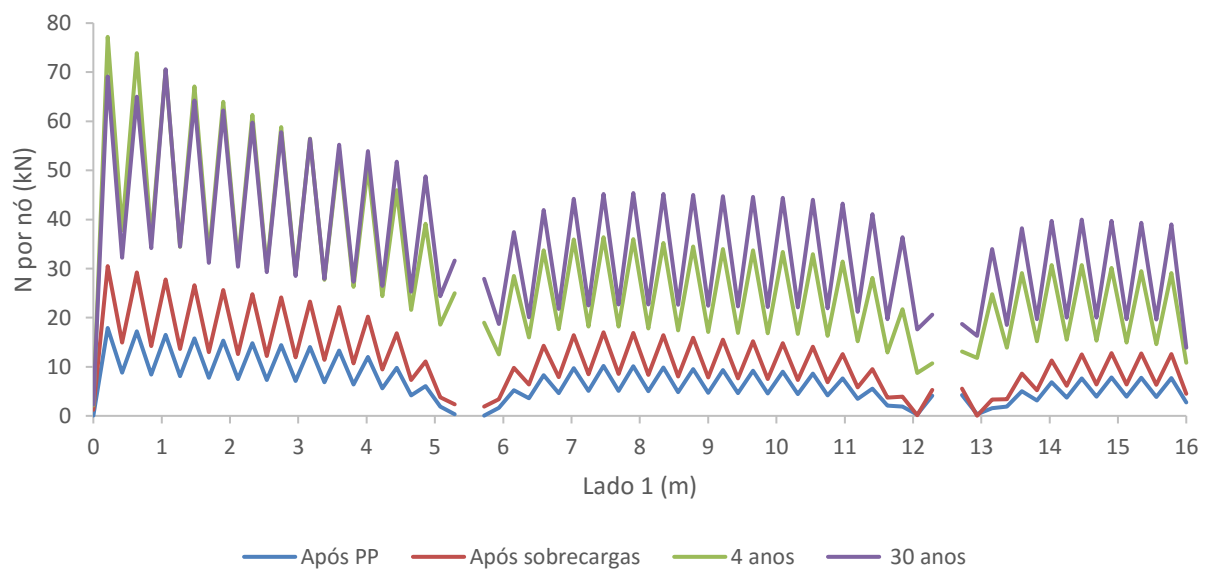


Fig. 3.33- Reações axiais nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

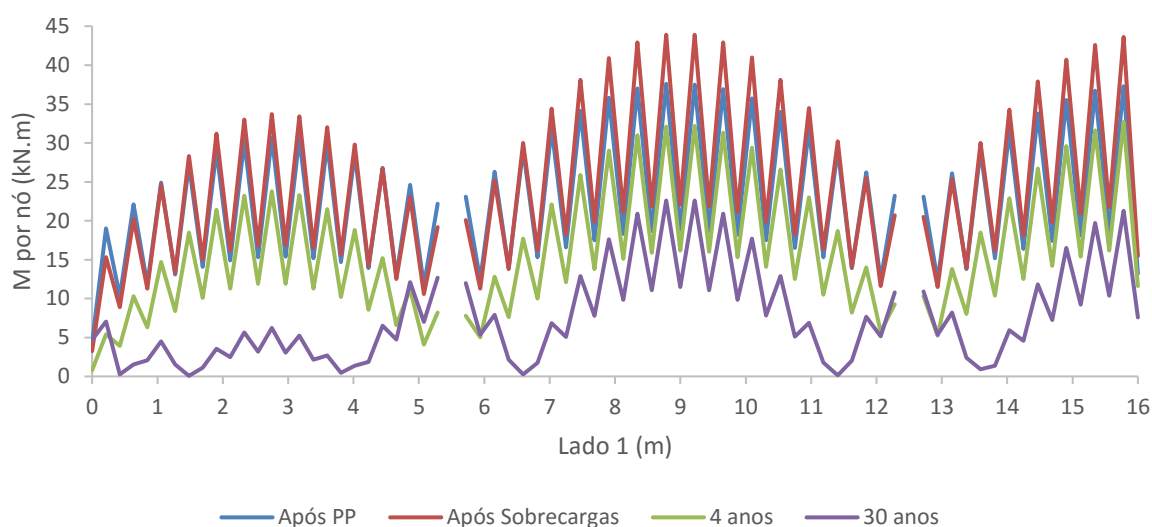


Fig. 3.34- Momentos fletores nodais ao longo do lado 1 da estrutura para quatro períodos de tempo.

Constata-se que os valores são idênticos à análise não-linear global com a consideração das propriedades dos materiais para as lajes e vigas diferentes. Portanto, conclui-se que a retração diferencial entre vigas e lajes não afeta de modo significativo a resposta estrutural da laje.

3.3.2. ANÁLISE NÃO-LINEAR PARCIAL

A consideração de uma maior rigidez no muro (isto é, sem o decréscimo de rigidez associado à fendilhação) influencia o comportamento das lajes. Assim, comparando com a análise não linear global é previsível gerarem-se esforços de maior intensidade.

Na Fig. 3.35 representa-se a variação da flecha ao longo do tempo para o painel S16 (ver Fig. 3.13), pois é o que apresenta valores mais desfavoráveis.

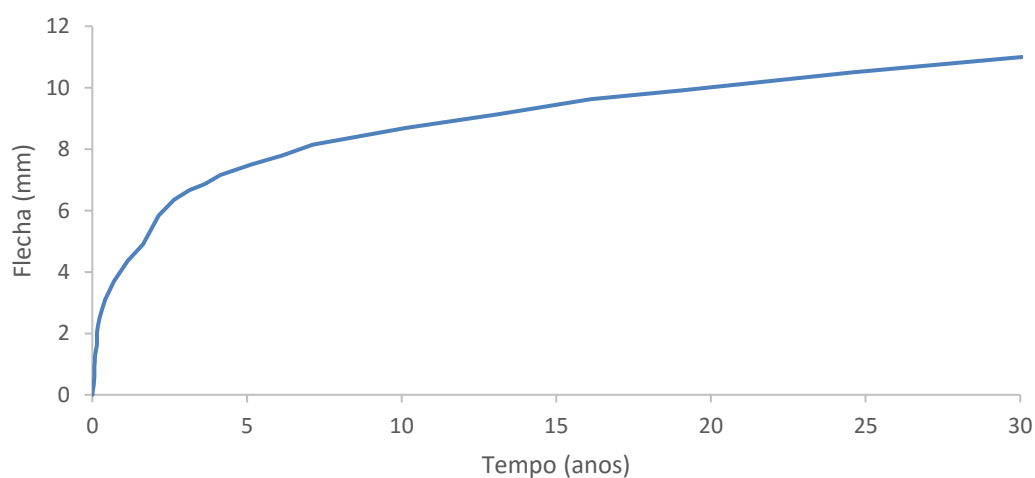


Fig. 3.35- Evolução da flecha ao longo do tempo no centro do painel S16.

Verifica-se que a taxa de incremento da flecha diminui ao longo do tempo. Aos 30 anos, essa flecha tem um valor igual a 11 mm. Este comportamento é semelhante ao verificado na análise não-linear global.

As deformações das lajes do piso são mais significativas nos painéis junto ao muro, apresentando valores entre os 8 mm e os 11 mm. Na Fig. 3.36 apresenta-se o padrão de deformação geral do piso.

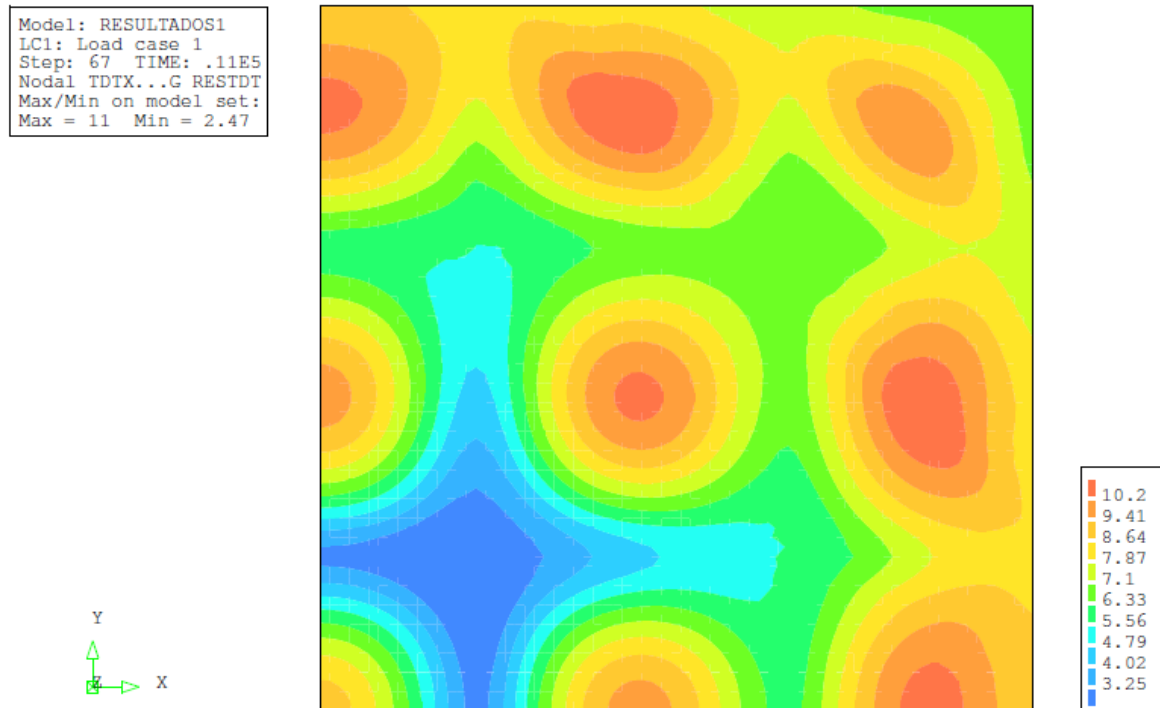


Fig. 3.36- Mapa de deformações nas lajes, a longo prazo, em mm.

O muro, ao apresentar uma rigidez maior, vai deformar-se menos do que na análise não-linear global. Esta situação pode ser comprovada na Fig. 3.37, onde a deformação máxima apresenta um valor de 8,82 mm.

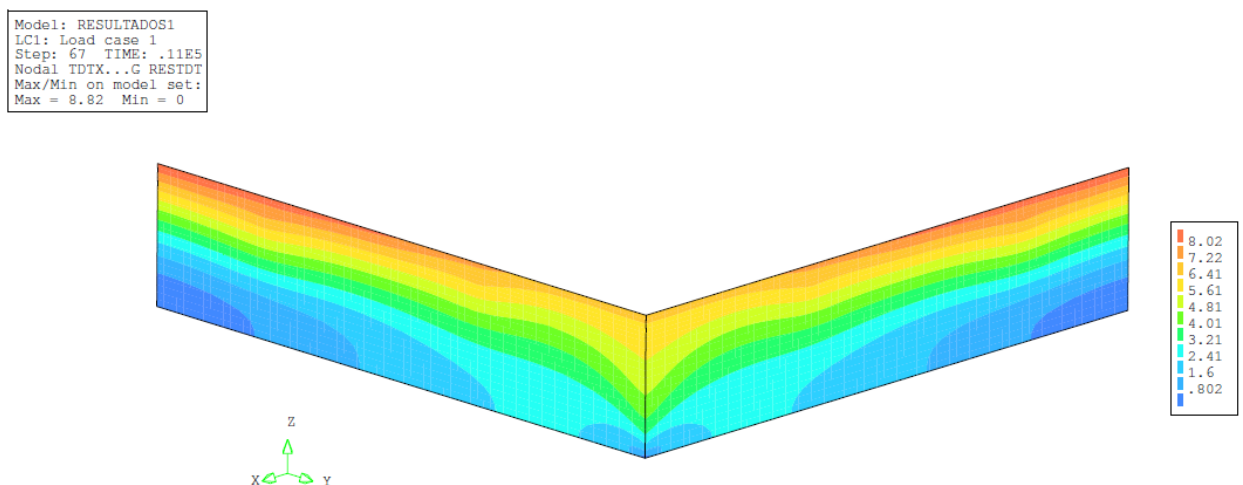


Fig. 3.37- Mapa de deformações no muro, a longo prazo, em mm.

Analisando as deformações verticais dos painéis na Fig. 3.36, confirma-se que os valores são idênticos aos obtidos através da análise não-linear global, sendo que o valor máximo da deformação deixa de ser no painel S13 e passa a ocorrer no painel S16, com um valor de 11 mm.

Com o apoio da Fig. 3.19, representa-se na Fig. 3.38 o rácio entre a extensão média proveniente da análise e as extensões livres do betão, segundo a direção X. Verifica-se uma diminuição dos valores obtidos na análise não-linear parcial, quando comparados com a análise não-linear global. Os valores são idênticos na direção X e Y dada a simetria da estrutura, obtendo-se extensões médias maiores no centro do piso.

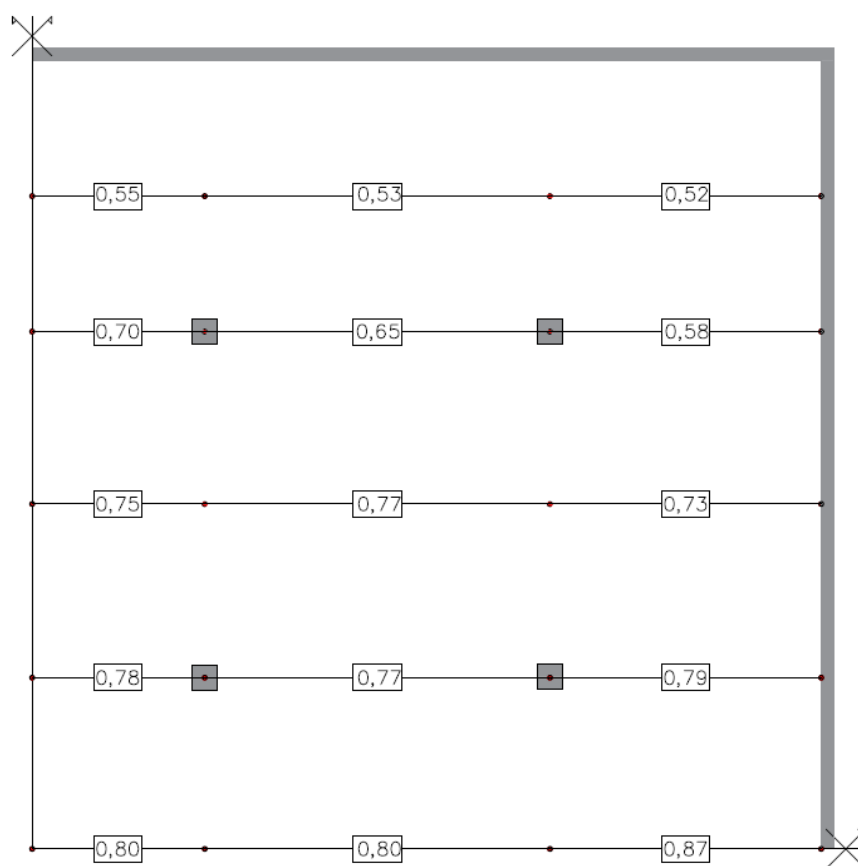


Fig. 3.38- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção X.

Visto que os lados 1 e 2 da estrutura em estudo apresentam esforços idênticos, discute-se a seguir o comportamento observado ao longo do Lado 1 apenas.

Da análise da Fig. 3.39, confirma-se que junto ao canto do muro os esforços são de maior intensidade, quando comparados com os da zona intermédia entre cantos, pois a restrição às deformações é maior nessa zona. Verifica-se também que nos instantes de tempo correspondentes aos 4 e 30 anos, os esforços são de maior intensidade (aumentando ao longo do tempo, à medida que a retração do betão evolui).

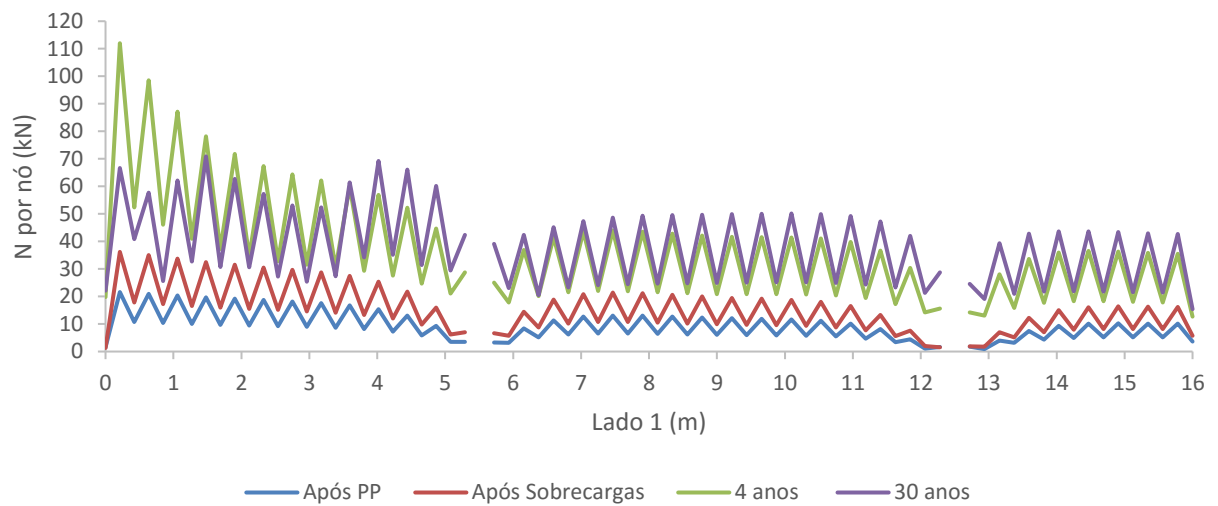


Fig. 3.39- Reações axiais nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

Utilizando uma média móvel de valores, na Fig. 3.40 representa-se o rácio entre o esforço por metro, que advém de um pós processamento, e o esforço de fendilhação para os instantes correspondentes aos 4 e 30 anos.

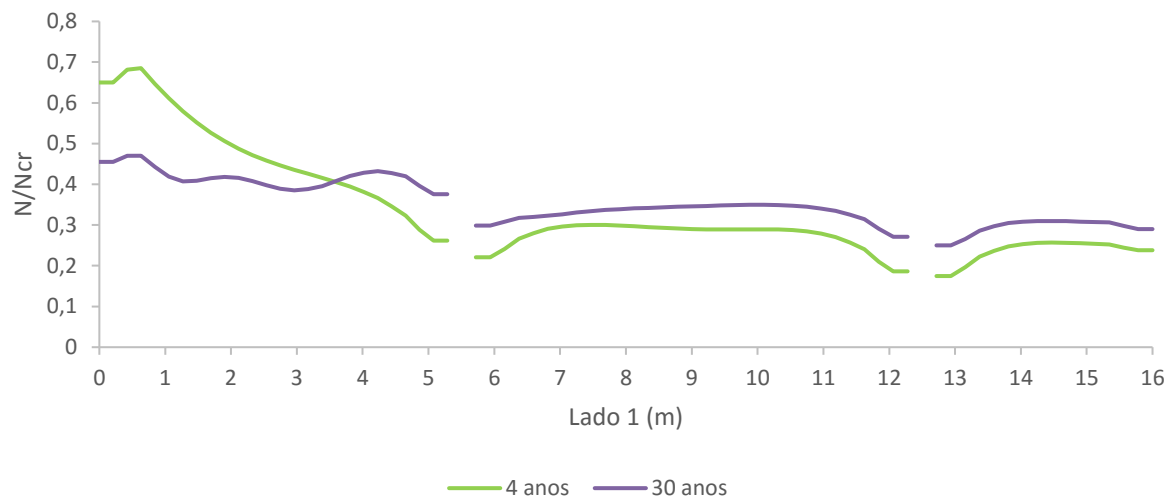


Fig. 3.40- Rácio entre o esforço axial obtido na análise e o esforço axial de fendilhação, N_{cr} .

Demonstra-se que a reação axial máxima instalada nos painéis de laje varia de ~ 25% a ~ 60% do esforço axial de fendilhação.

Na Fig. 3.41, representa-se a variação do momento fletor nodal para quatro instantes de tempos, ao longo do Lado 1, verificando-se que após serem aplicadas as sobrecargas a variação de momentos é mais significativa. Averigua-se também que a variação do momento fletor nodal máxima é idêntica à obtida na análise não-linear global.

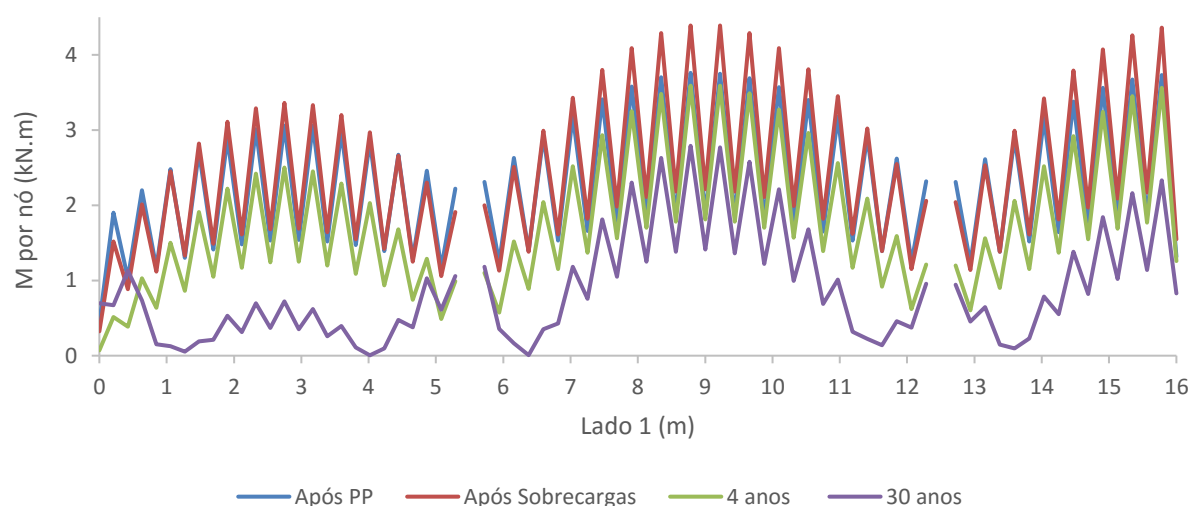


Fig. 3.41- Momentos fletores nodais ao longo do lado 1 da estrutura para quatro períodos de tempo.

As Fig. 3.42 e Fig. 3.43 mostram o padrão de fendilhação, no instante final da análise, para a superfície inferior e superior da laje, respetivamente.

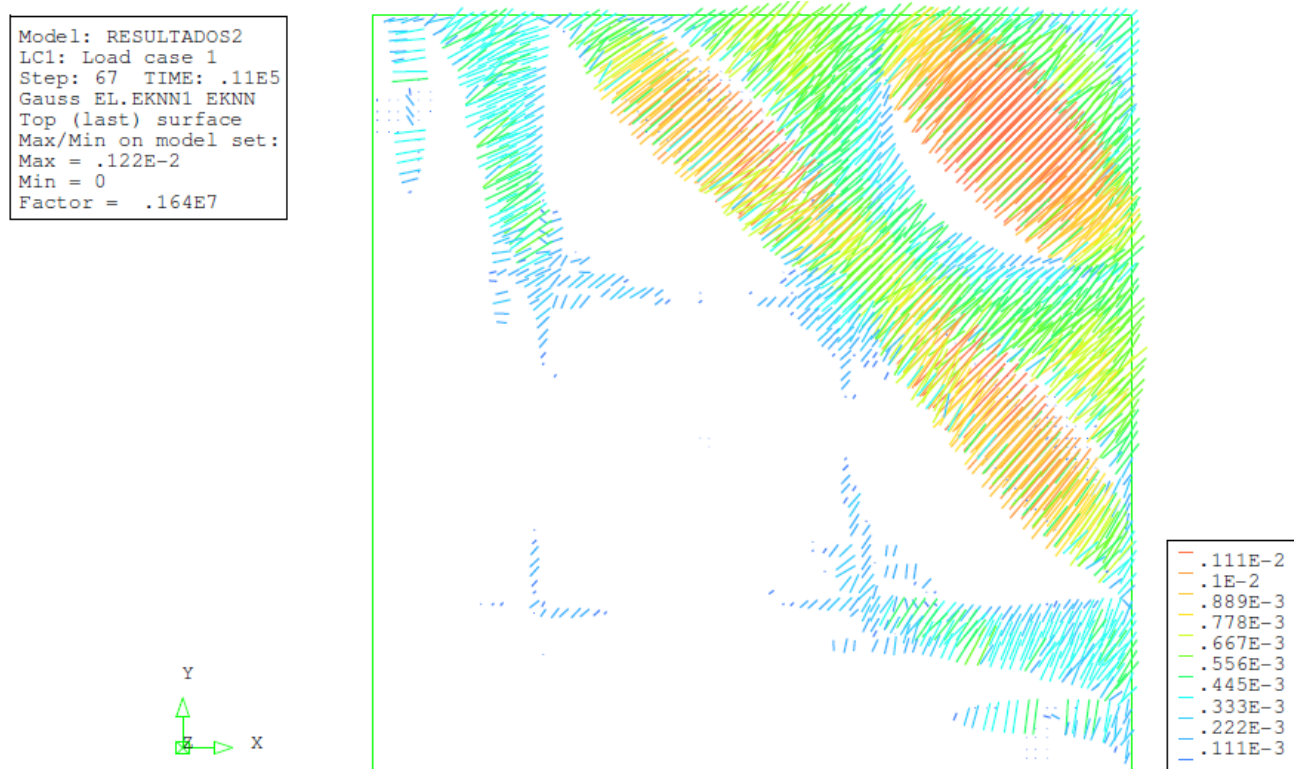


Fig. 3.42- Padrão de fendilhação nas lajes, na superfície inferior, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.

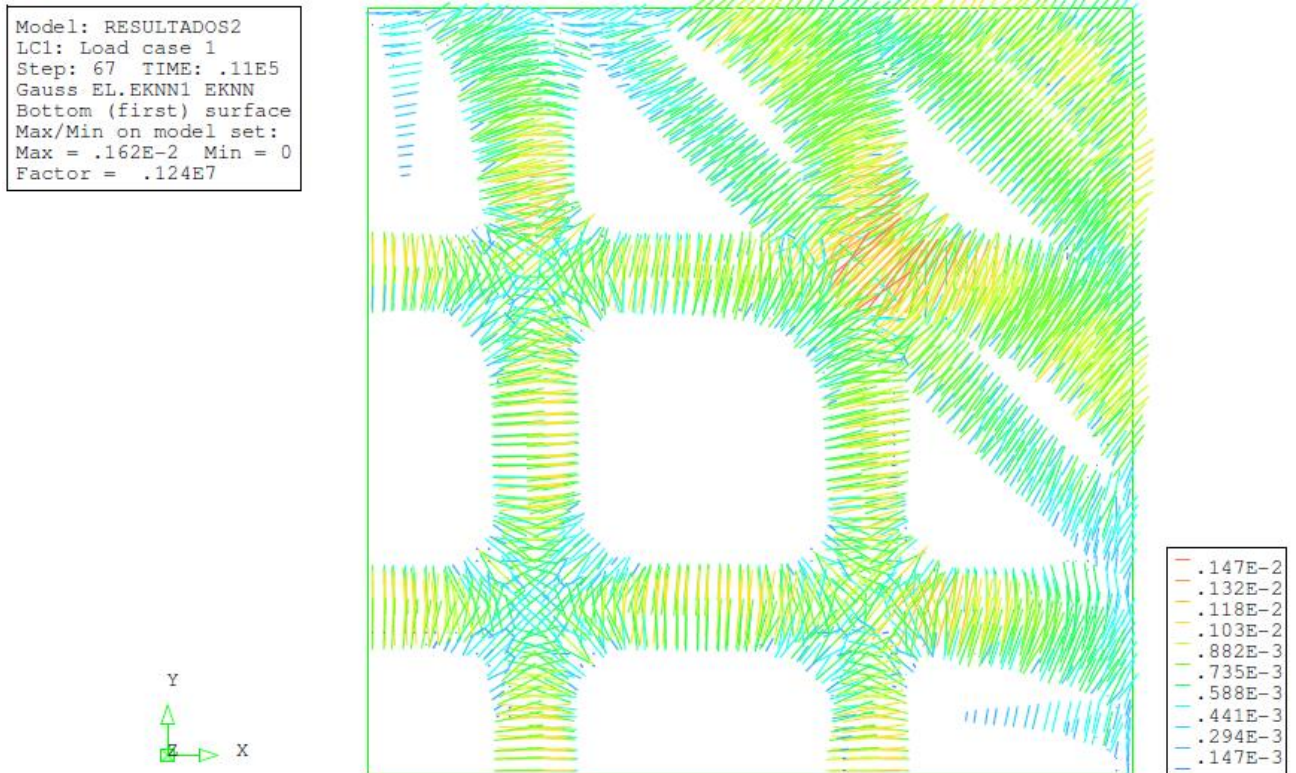


Fig. 3.43- Padrão de fendilhação nas lajes, na superfície superior, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.

Denota-se um aumento considerável da propagação das fendas no piso quando comparado com a análise não-linear global, devido essencialmente à rigidez que o muro apresenta. Na Tabela 3.11 e Tabela 3.14 apresentam-se valores, em conformidade com os apresentados para a análise não-linear global, para a abertura das fendas e as correspondentes tensões nas armaduras, nos pontos mais solicitados do piso.

Tabela 3.11- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90 com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S16.

		Superfície Superior (zona dos apoios)		
		$l_{s,máx.}^k(mm)$	$w_k(mm)$	$\sigma_{s,fenda}(MPa)$
Painel S16	Cálculo analítico ($N=N_{cr}$)	220	0,30	251
	Análise não-linear parcial	320	0,35	152

Tabela 3.12- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90 com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S13.

		Superfície inferior (zona de meio vão)		
		$l_{s,máx.}^k(mm)$	$w_k(mm)$	$\sigma_{s,fenda}(MPa)$
Painel S13	Cálculo analítico ($N=N_{cr}$)	227	0,30	245
	Análise não-linear parcial	329	0,33	161

3.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através da observação da Tabela 3.13, conclui-se que na análise não-linear global os esforços axiais instalados nos painéis de laje são inferiores aos da análise não-linear parcial. Isto deve-se ao facto de o muro apresentar uma rigidez superior na segunda análise. Note-se que foi considerada igual quantidade de armadura na laje, em ambas as análises

Tabela 3.13- Quadro síntese do capítulo 3, com a apresentação em valores máximos.

	Quadro síntese				
	$(N/N_{cr})_{max}$	w_k		$\sigma_{s,fenda}$	
		Zona de apoios	Zona de meio vão	Zona de apoios	Zona de meio vão
Análise não-linear global	~ 45%	0,33	0,32	146	154
Análise não-linear parcial	~ 60%	0,35	0,33	152	161

Ao verificar as deformações na laje e no muro, a conclusão é análoga à anterior. No caso do muro, na análise não-linear global a deformação máxima é igual a 9,65 mm e na análise não-linear parcial é igual a 8,82 mm, o que equivale a uma diferença de cerca de 9 %, permitindo concluir que a rigidez do muro e os esforços axiais instalados nos painéis de laje afetam o comportamento deformacional do muro.

Relativamente à abertura de fendas, verifica-se um ligeiro aumento na análise não-linear parcial como era previsto. Globalmente, as aberturas de fendas são próximas do estabelecido regulamentarmente, atingindo uma abertura máxima igual a 0,35 mm.

No sentido de se avaliar a influência da retração impedida no comportamento das lajes apresenta-se na Tabela 3.16 a comparação de resultados das armaduras necessárias considerando um esforço axial igual a 0 (ou seja, admitindo que as lajes estão submetidas à flexão simples) e a análise não-linear global considerando uma armadura igual a 50% do valor estimado analiticamente com $N=N_{cr}$. De acordo com metodologias correntes de dimensionamento em estruturas de betão armado estimou-se um limite mínimo de armadura com um $N=0$ kN.

Tabela 3.14- Comparação das armaduras empregadas na análise não-linear, com as estimadas considerando um esforço axial igual a 0 em ELU e ELS e um esforço igual a N_{cr} .

	$A_{s,superior}$ (cm^2/m)	$A_{s,inferior}$ (cm^2/m)
Cálculo com $N=0$ (ELU)	3,7	2,9
Cálculo com $N=0$ (ELS)	($w_k = 0,3mm$) 2,8	($w_k = 0,11mm$) 5,4
Cálculo com $N=N_{cr}$ ($w_k = 0,3mm$)	14,0	13,6
Armadura considerada na A.N.L. (DIANA)	7,0	6,8

Analizando graficamente os resultados entre a ANL global e a ANL parcial, através da Fig. 3.44, verifica-se que aos 30 anos o rácio entre o esforço axial obtido na análise e o esforço axial de fendilhação é mais preponderante na análise não linear parcial, uma vez que nessa análise o muro apresenta maior rigidez, associada à ausência de fendilhação.

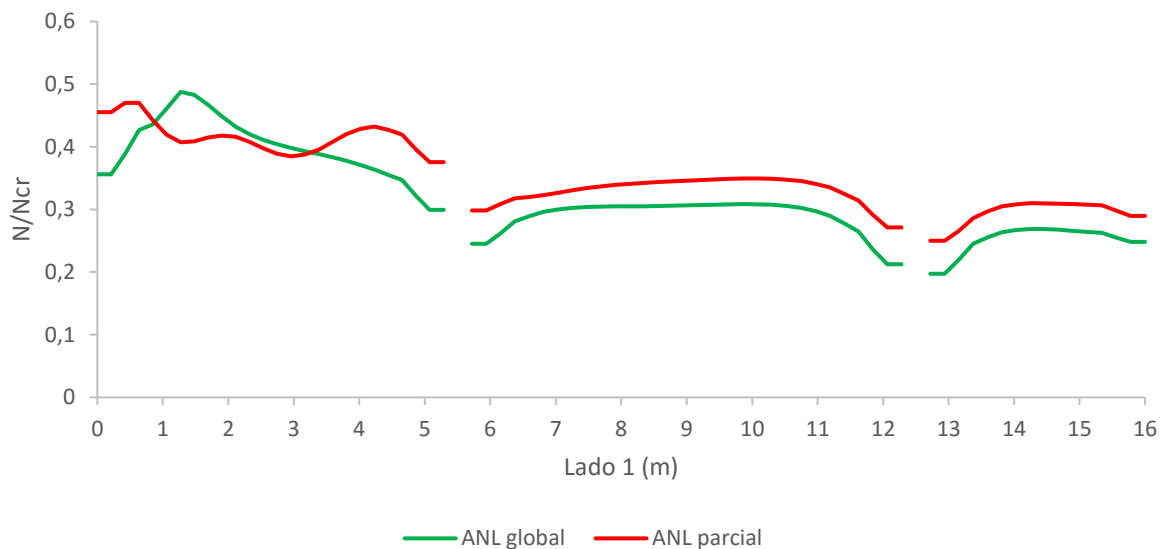


Fig. 3.44- Comparação dos rácios entre o esforço axial obtido na análise e o esforço axial de fendilhação para a ANL global e a ANL parcial, aos 30 anos.

4

ANÁLISE DE LAJES RESTRINGIDAS POR MUROS NA PERIFERIA E PAREDES DE CONTRAVENTAMENTO

4.1. DESCRIÇÃO DO CASO DE ESTUDO

Neste capítulo pretende-se simular e analisar o comportamento estrutural de lajes maciças de piso restringidas por muros e paredes de betão armado na sua periferia, sujeitas ao efeito da retração e das ações verticais. Assim, tomando como base o modelo estrutural analisado no capítulo anterior, introduziram-se quatro paredes de betão armado, dispostas de maneira a agravar a restrição segundo a direção X. Esta análise incide apenas sobre o primeiro piso acima das fundações, indicado a vermelho na Fig. 4.1. É importante referir que, tal como foi realizado no capítulo anterior, considera-se apenas o número de pisos para efeito de quantificação das cargas verticais atuantes sobre os elementos verticais.

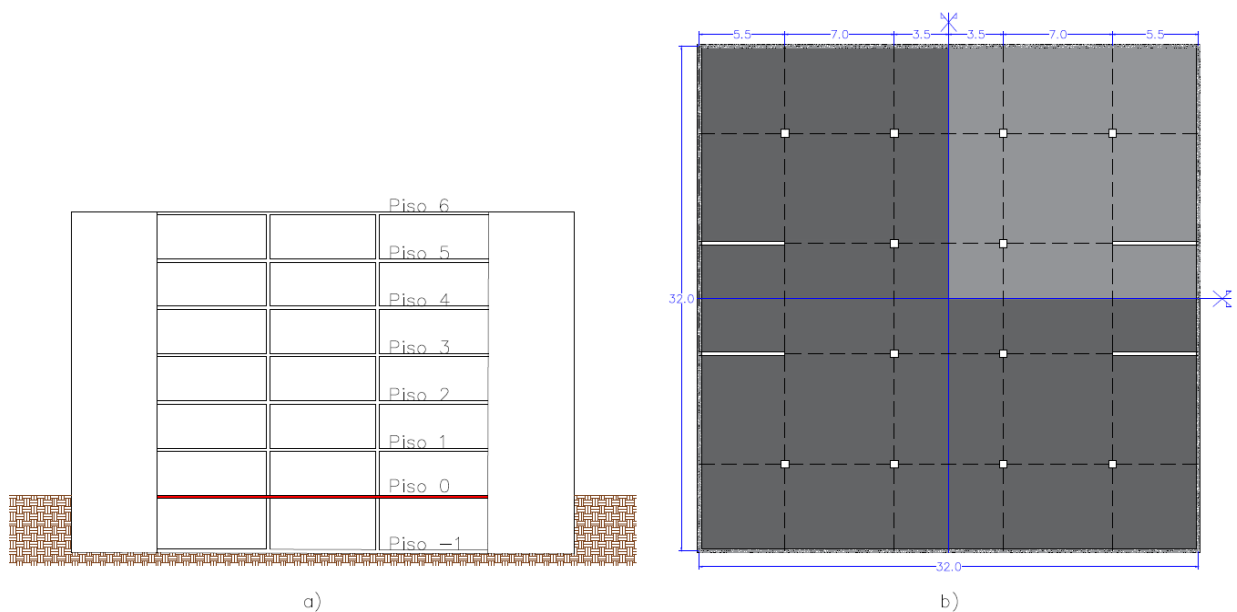


Fig. 4.1- Representação do caso em estudo: a) Alçado de um edifício de 6 pisos com representação da laje analisada; b) Planta do Piso 0. Dimensões definidas em m.

Com a introdução de quatro paredes de betão armado, espera-se gerar mais impedimentos à deformação do piso, principalmente na direção X, dada a disposição das mesmas. Para determinar estas deformações procedeu-se à modelação deste piso, com a malha de elementos finitos ilustrada na Fig. 4.2, recorrendo ao *software* DIANA.

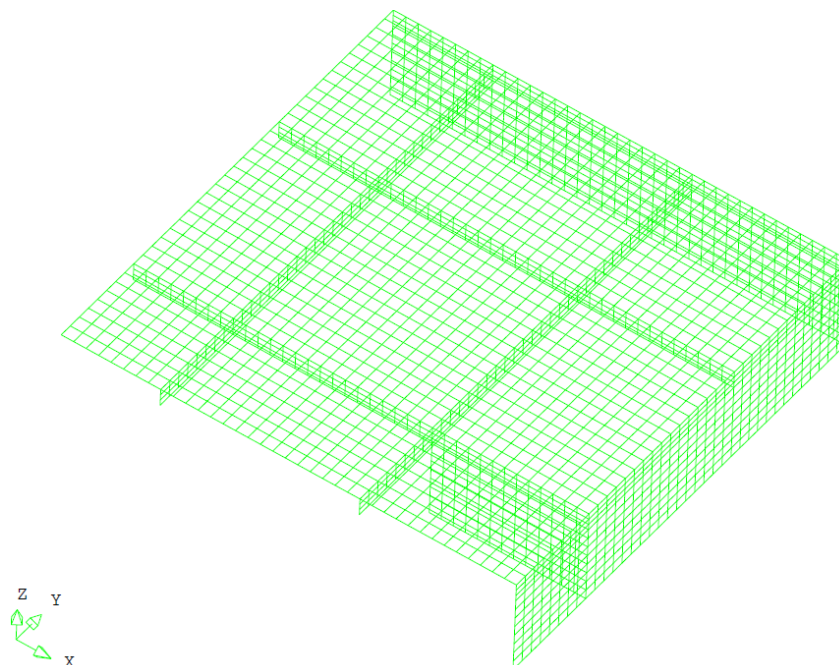


Fig. 4.2- Reprodução do quarto de piso modelado nesta análise (Diana, 2014).

As propriedades dos materiais e as ações atuantes na estrutura foram consideradas idênticas às do capítulo 3, tendo-se apenas acrescentado as cargas verticais, para um edifício de 6 pisos, atuantes sobre a nova parede de betão armado. Para quantificação desta carga vertical (refletindo o efeito dos pisos superiores), considerou-se que era uniformemente distribuída ao longo do seu desenvolvimento, tomando um valor de 320 kN/m. Este valor foi estimado de forma simplificada, atendendo à sua reduzida influência sobre os resultados das análises efetuadas.

O faseamento construtivo considerado também foi semelhante ao do capítulo 3. Na simulação do faseamento construtivo das paredes, considerou-se que a sua betonagem ocorreu em simultâneo com a dos muros, sendo também igual o respetivo tempo de cura.

Adotaram-se valores plausíveis para a espessura e armaduras das novas paredes. Considerou-se uma espessura de 0,25 m. A quantidade de armadura adotada revelou-se suficiente para manter as aberturas de fendas na parede dentro de limites aceitáveis, tendo sido consideradas as quantidades indicadas na Fig. 4.3. No que respeita à quantidade de armadura dos outros elementos estruturais, utilizou-se a mesma referida no Capítulo 3. Para a quantificação da retração considerou-se a espessura equivalente da parede, determinada de acordo com a Fig. 3.5, igual a 250 mm.

A modelação das armaduras da parede no *software* DIANA foi executada recorrendo a elementos embebidos (grelha e barra). As distâncias destes elementos à face do betão estão caracterizadas na Fig. 4.4.

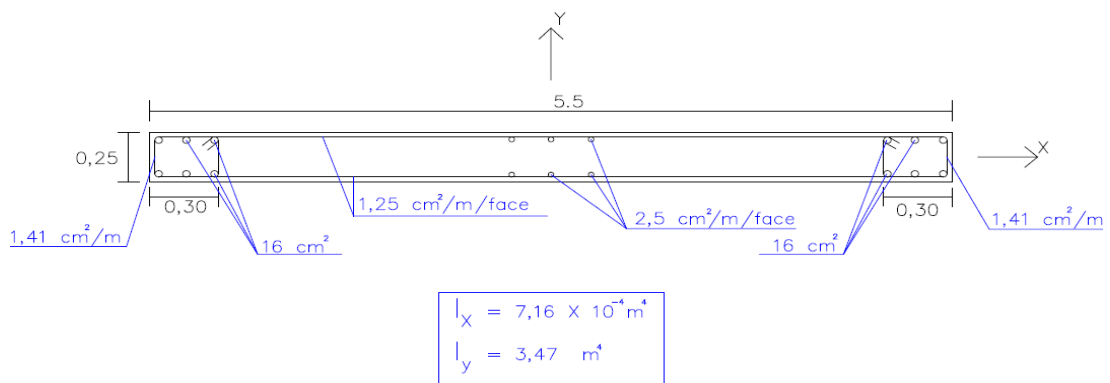


Fig. 4.3- Pormenorização das armaduras adotadas para as paredes de betão armado.

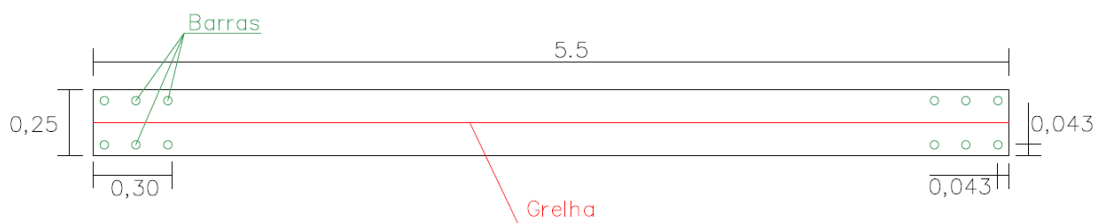


Fig. 4.4- Representação da modelação da parede na análise.

É importante referir que após se ter executado uma primeira análise, verificou-se que existem importantes concentrações de tensões nas lajes junto à parede. No sentido de controlar a fissuração que daí resulta, adotou-se uma quantidade de armadura superior e inferior correspondente a $20 \text{ cm}^2/\text{m}$ numa distância de 3,5 m, como demonstrado na Fig. 4.5.

4.2. RESULTADO E DISCUSSÃO DAS ANÁLISES EFETUADAS

A quantidade de armadura nas lajes foi definida em 50% do valor estimado analiticamente para realizar estas análises de modo a comparar os esforços obtidos com os do caso de estudo presente no capítulo 3. Os resultados provenientes das análises da estrutura, são apresentados considerando uma disposição do piso igual à apresentada na Fig. 4.5.

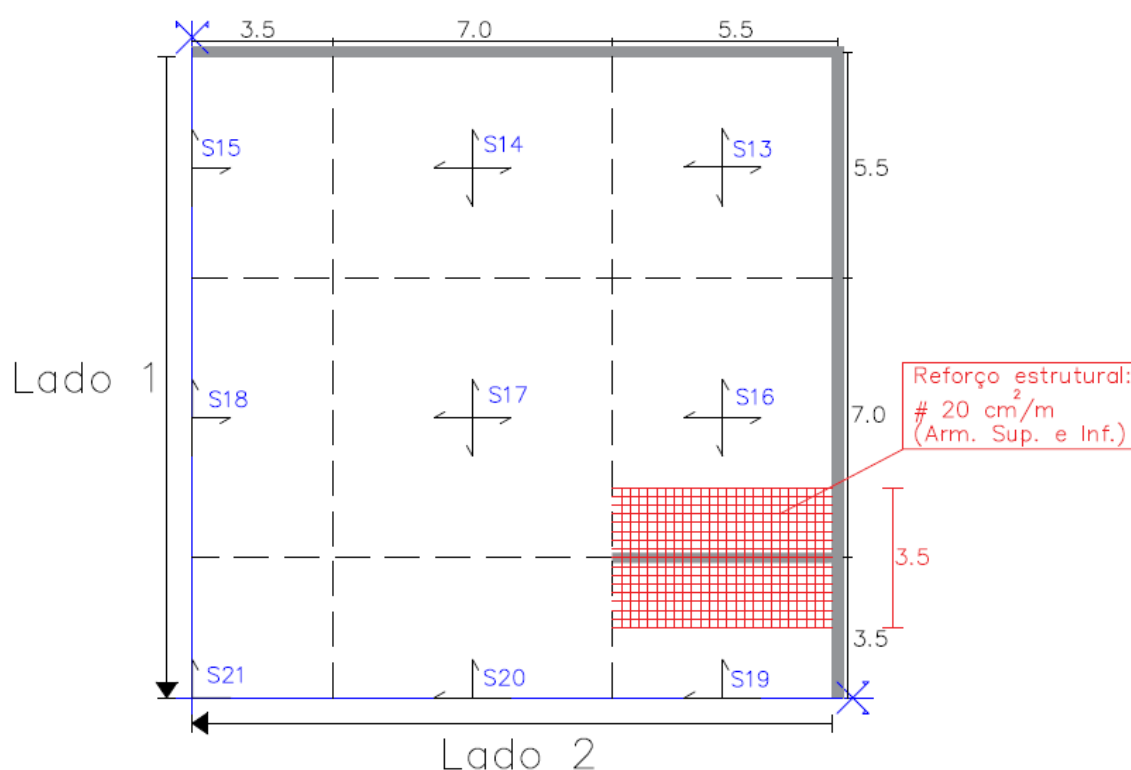


Fig. 4.5- Legendagem dos lados e dos painéis da laje, e indicação da zona com armadura reforçada (dimensões em m).

De referir que para um correto funcionamento em serviço das lajes na zona da parede devia-se realizar um estudo pormenorizado dos esforços envolvidos e prolongar o reforço estrutural, de modo a controlar a abertura de fendas com mais rigor.

4.2.1. ANÁLISE NÃO-LINEAR GLOBAL

Com a Fig. 4.6 pretende-se representar a variação da flecha ao longo do tempo para o centro do painel S20 (ver Fig. 3.13), onde ocorre a maior flecha.

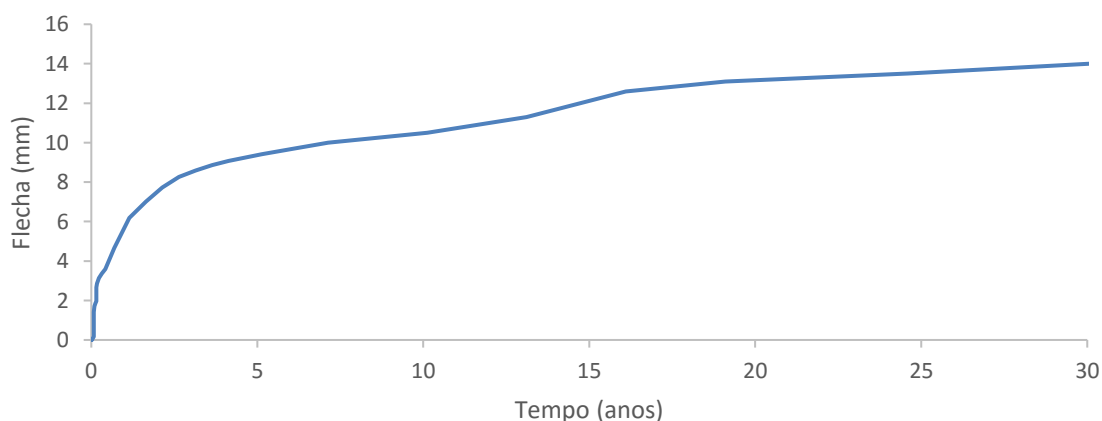


Fig. 4.6- Evolução da flecha ao longo do tempo no centro do painel S20.

Verifica-se que no final da análise (aos 30 anos, com uma flecha de 14,0 mm), a flecha parece não ter estabilizado ainda, mas a sua taxa de variação está claramente a decrescer. Como tal, verifica-se que não é atingido o limite a longo prazo imposto pelo EC2, de seu valor $l/250 = 7000/250 = 28 \text{ mm}$.

A Fig. 4.7 apresenta a deformação do piso vista em planta, onde se denota claramente a influência da nova parede, traduzida por uma restrição adicional ao deslocamento do piso nessa zona.

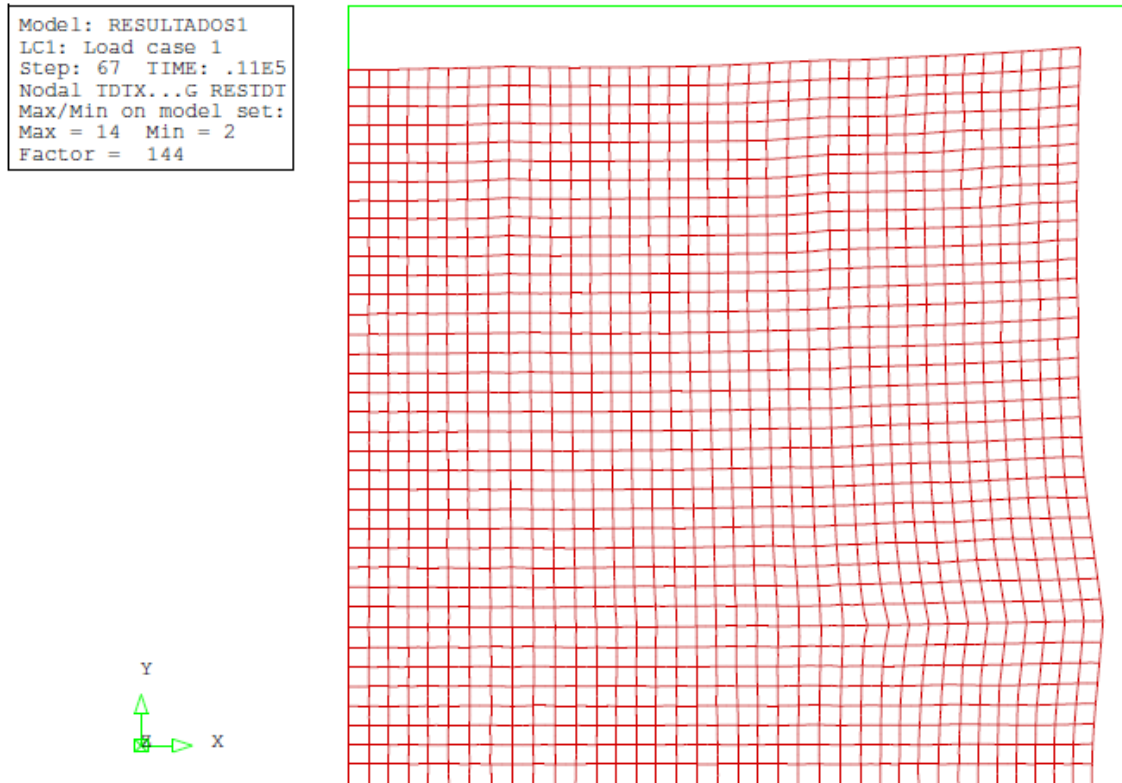


Fig. 4.7- Representação das deformações totais das lajes, a longo prazo.

Os deslocamentos verticais na laje são apresentados na Fig. 4.8, confirmando-se o exposto anteriormente.

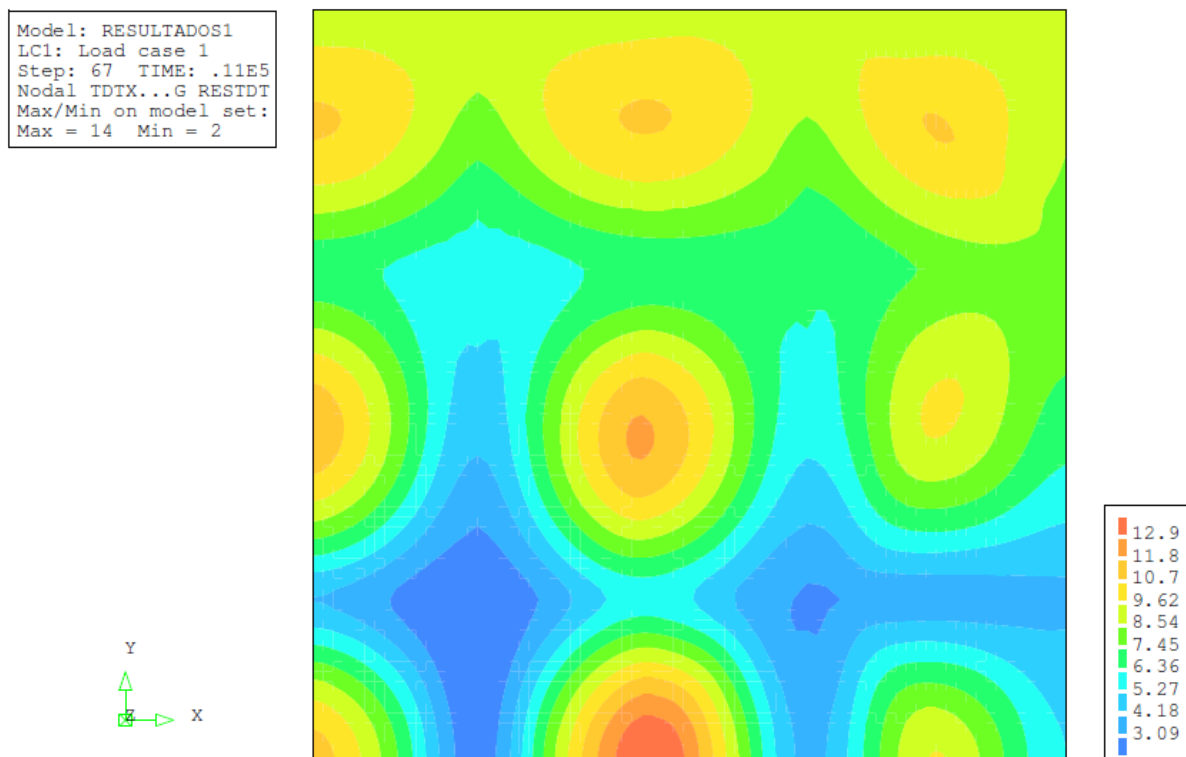


Fig. 4.8- Mapa de deformações nas lajes, a longo prazo, em mm.

Verifica-se na Fig. 4.9 que o muro acompanha a deformação do painel de lajes, onde a zona mais deformada apresenta um deslocamento de 9,30 mm.

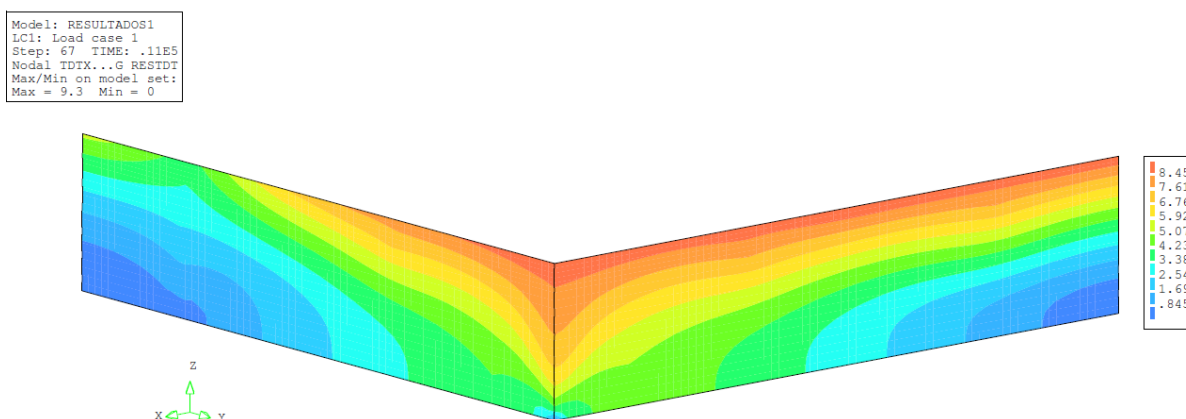


Fig. 4.9- Mapa de deformações no muro, a longo prazo, em mm.

Para quantificar as extensões médias no piso, nas direções X e Y , considerou-se a simbologia apresentada na Fig. 4.10. O rácio entre as deformações médias e as deformações livres do betão associadas à retração e à variação térmica estão apresentadas na Fig. 4.11 e na Fig. 4.12.

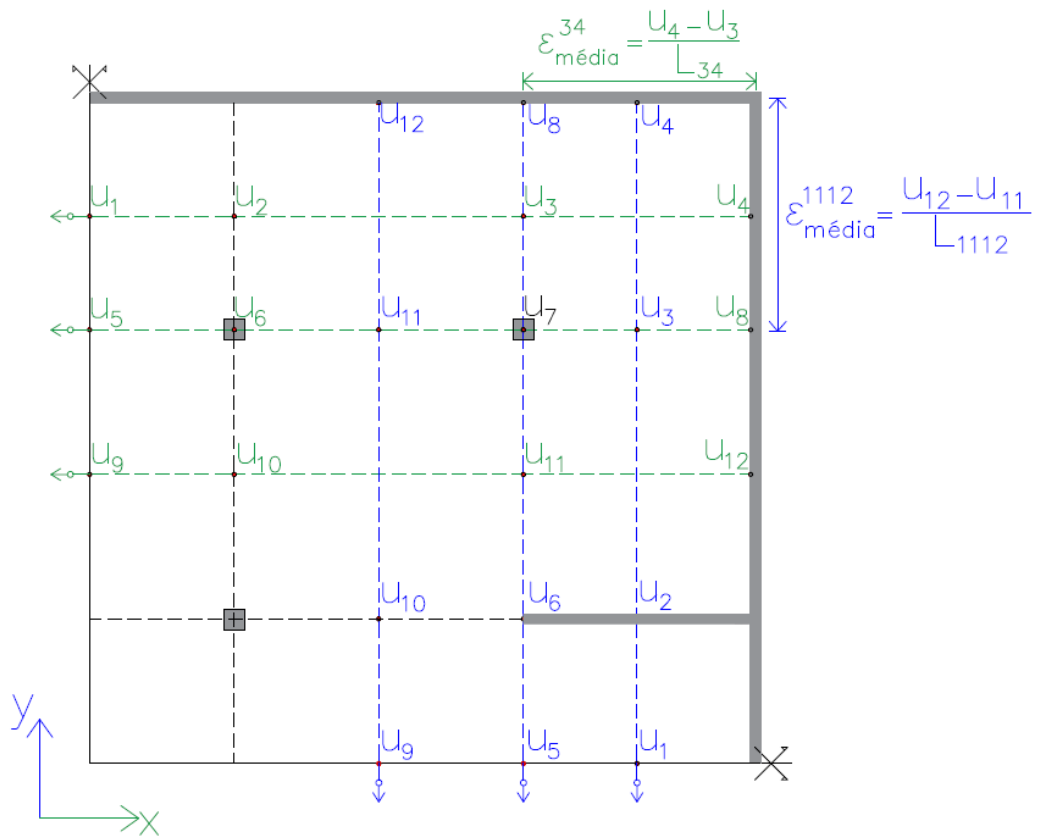


Fig. 4.10- Apoio à determinação da extensão média nos painéis do piso em estudo, em que u representa o deslocamento e L a dimensão de cada painel de laje.

Pela análise dos resultados apresentados na Fig. 4.11 e na Fig. 4.12, constata-se que na zona da nova parede, segundo a direção X , ocorre um impedimento de maior intensidade quando comparado com a direção Y , resultados que eram previstos uma vez que a rigidez da parede é maior na direção X .

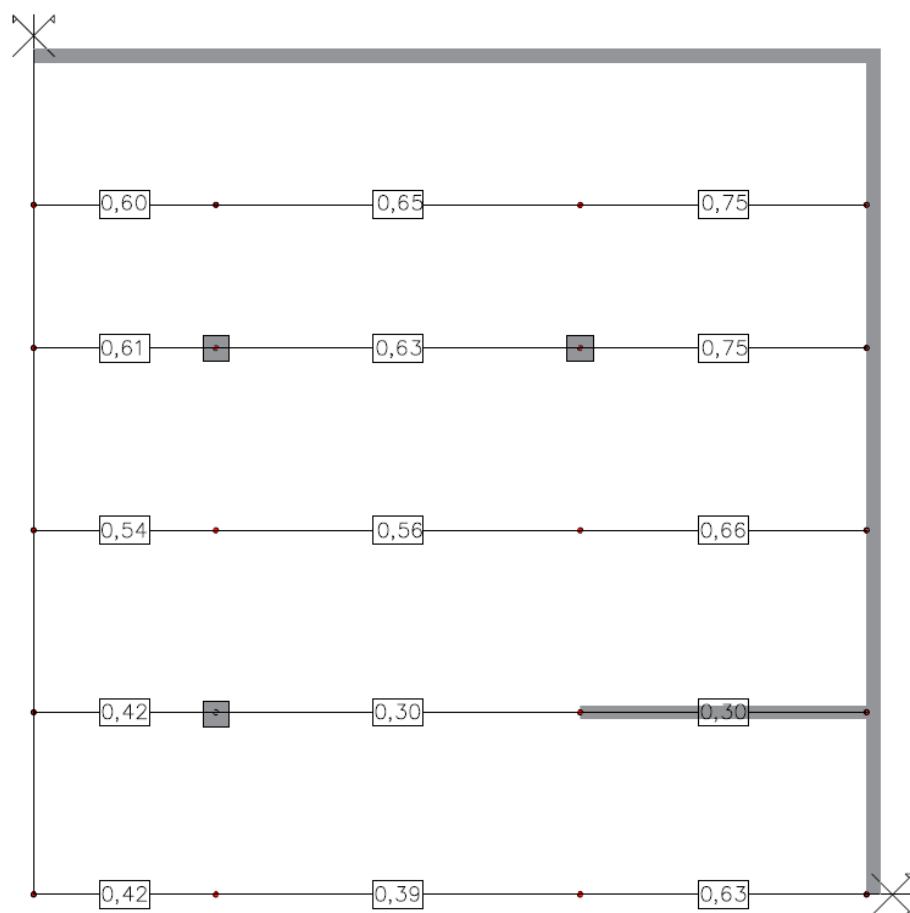


Fig. 4.11- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção X.

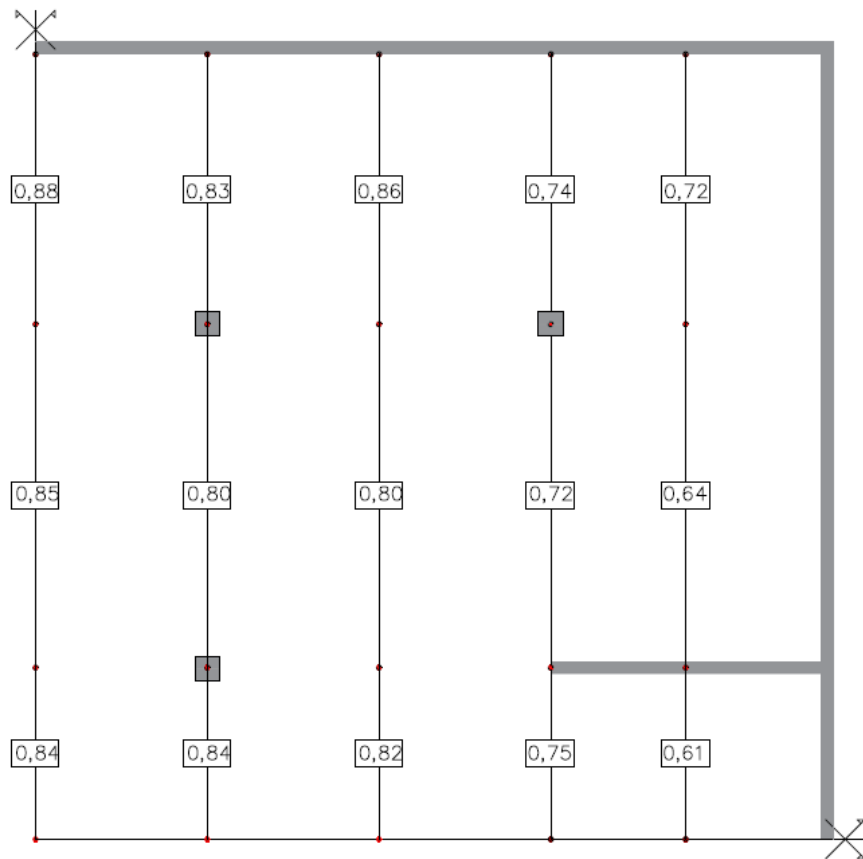


Fig. 4.12- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção Y.

Na Fig. 4.13 e na Fig. 4.14 apresentam-se as reações axiais nodais correspondentes ao lado 1 e 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo, designadamente após a aplicação do peso próprio, após a aplicação das sobrecargas nas lajes, nos muros e nas paredes, aos 4 anos e aos 30 anos (final da análise).

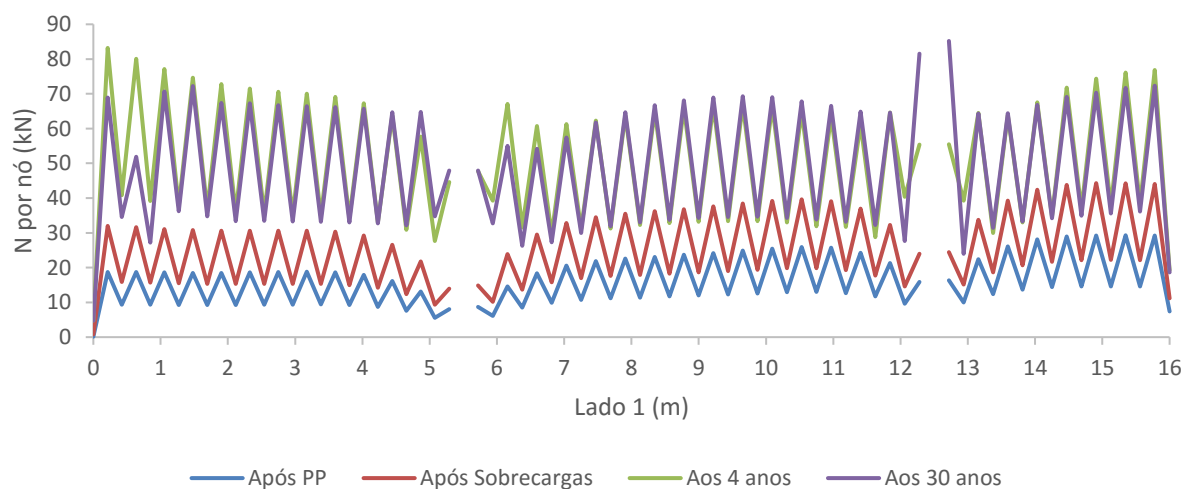


Fig. 4.13- Reações axiais nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

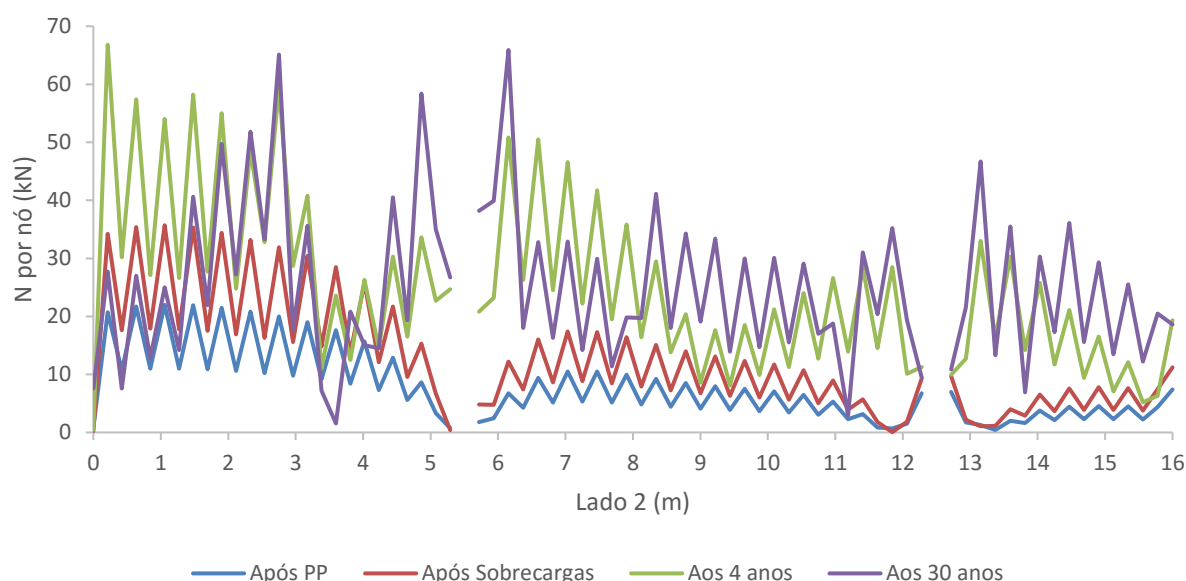


Fig. 4.14- Reações axiais nodais, ao longo do lado 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

No lado 1, os esforços axiais nodais têm uma distribuição sensivelmente uniforme ao longo do comprimento do muro, em cada instante de tempo, comparando com a estrutura do capítulo 3 verifica-se um aumento das reações axiais nodais na direção da parede. O contrário acontece no lado 2, onde existe uma variação mais pronunciada de esforços, principalmente a longo prazo.

Os resultados dos esforços axiais e dos momentos fletores apresentados posteriormente serão a média móvel dos obtidos na análise, considerando 4 nós contíguos. Esta representação é feita apenas para expor o rácio entre os valores obtidos na análise e os determinados analiticamente.

Na Fig. 4.15 e na Fig. 4.16 reproduz-se o rácio entre o esforço axial que advém da análise, a longo prazo, e o esforço axial de fendilhação, N_{cr} , para os lados 1 e 2, respetivamente.

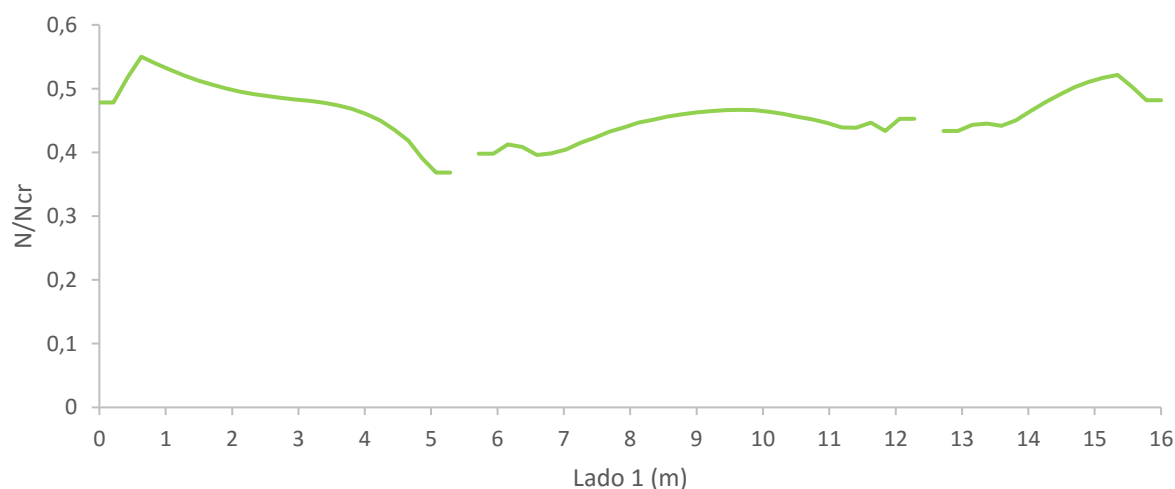


Fig. 4.15- Rácio entre a reação axial que advém da análise, aos 4 anos, e o esforço axial de fendilhação, ao longo do lado 1.

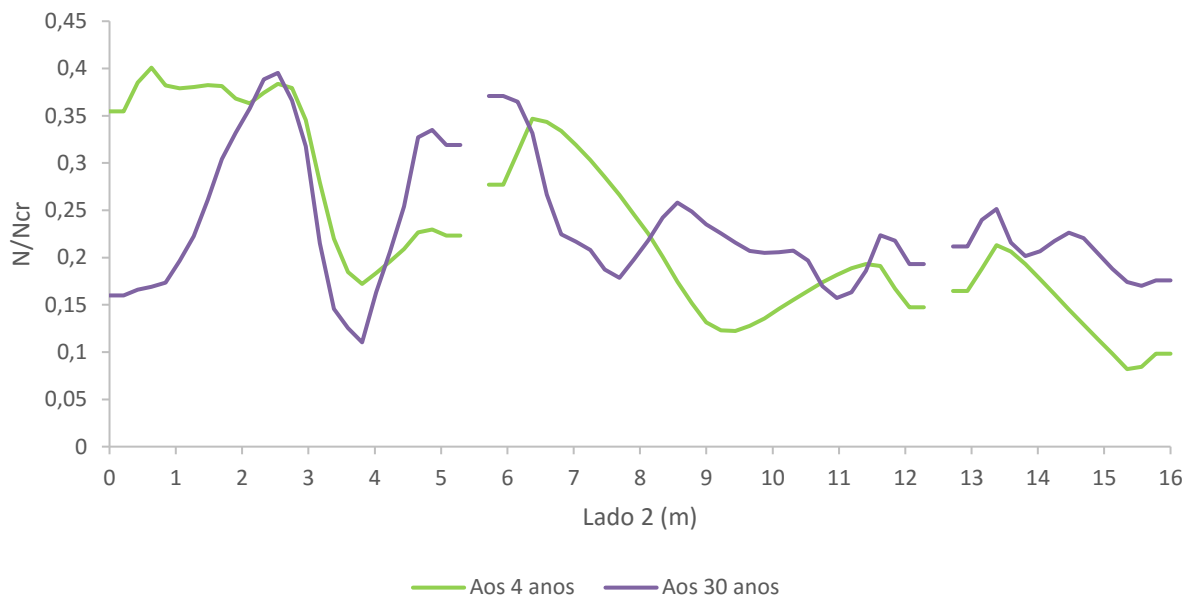


Fig. 4.16- Rácio entre a reação axial que advém da análise, a longo prazo, e o esforço axial de fendilhação, ao longo do lado 2.

Ao longo do lado 1, observa-se que os valores dos esforços axiais se mantêm sensivelmente constantes, apresentando-se de um modo geral entre os ~ 40% e os ~ 50% de N_{cr} . Relativamente ao lado 2, a dispersão de valores aumenta consideravelmente, apresentando-se entre os ~ 15% e os ~ 40% de N_{cr} . Esta diferença de valores obtida nos dois lados deve-se essencialmente à presença da parede.

No sentido de compreender o efeito da restrição provocada pela parede, enuncia-se o somatório das reações axiais de todos os nós da viga 1 que está no alinhamento da parede (direção X), bem como na viga equivalente na direção Y, viga 2, como definido na Fig. 4.17.

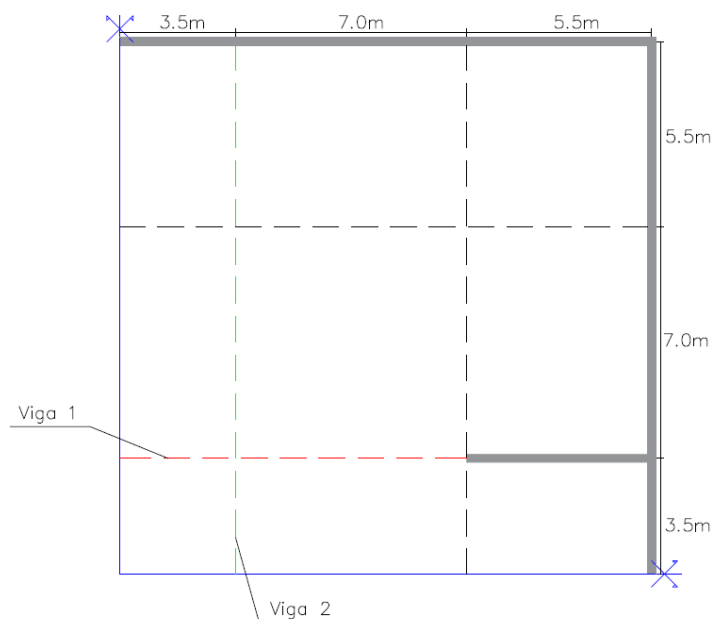


Fig. 4.17- Identificação das vigas em estudo.

Na Tabela 4.1 enunciam-se os resultados, das reações nodais, obtidos para a análise não-linear global com parede e para a análise não-linear global sem parede. No presente caso de estudo constata-se que a reação axial na viga 1 é cerca de 70% do valor da reação da viga 2. Remetendo para o caso de estudo 1 verifica-se que a reação axial na viga 1 é cerca de 97% do valor da reação da viga 2.

Tabela 4.1- Representação do somatório das reações nodais na viga 1 e 2.

	Somatório das reações axiais nodais da viga 1 (kN)	Somatório das reações axiais nodais da viga 2 (kN)
Análise não-linear global com parede (Presente caso de estudo)	358,1	494,8
Análise não-linear global sem parede (Caso de estudo 1)	386,8	400,4

Na Fig. 4.18 e na Fig. 4.19 apresentam-se os momentos fletores nodais do lado 1 e do lado 2, respetivamente, e verifica-se que os esforços se agravam após a aplicação das sobrecargas, reduzindo o seu valor a longo prazo. Para os dois lados em estudo, os momentos fletores máximos são idênticos. Comparando o caso de estudo 1 e 2 constata-se que os valores máximos são semelhantes, apresentado com valores no tramo junto ao muro de $\sim 10 \text{ kN.m/m}$, enquanto nos restantes tramos de $\sim 14 \text{ kN.m/m}$.

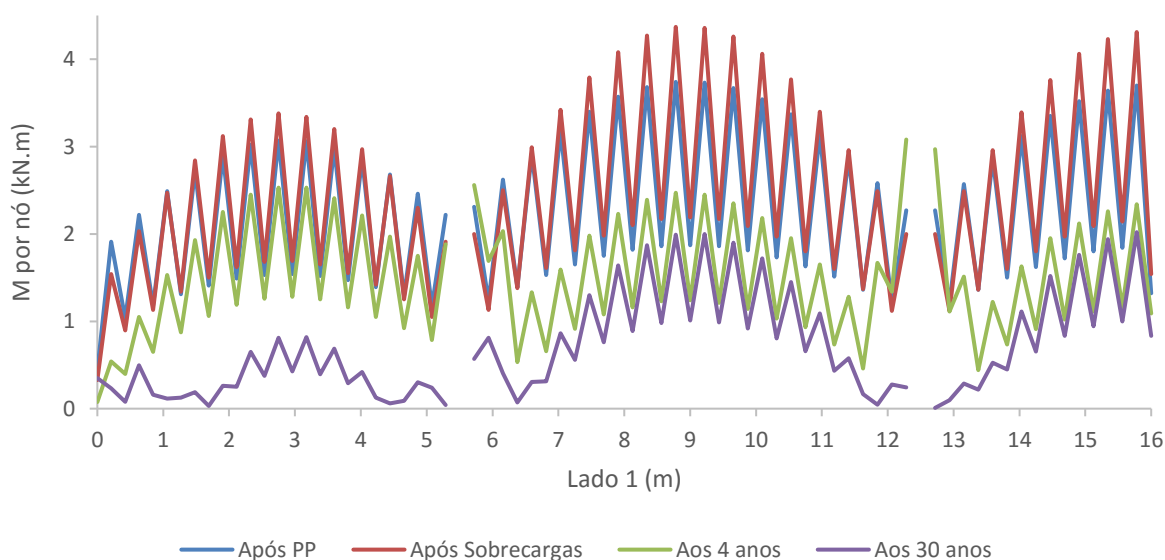


Fig. 4.18- Momentos fletores nodais, ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

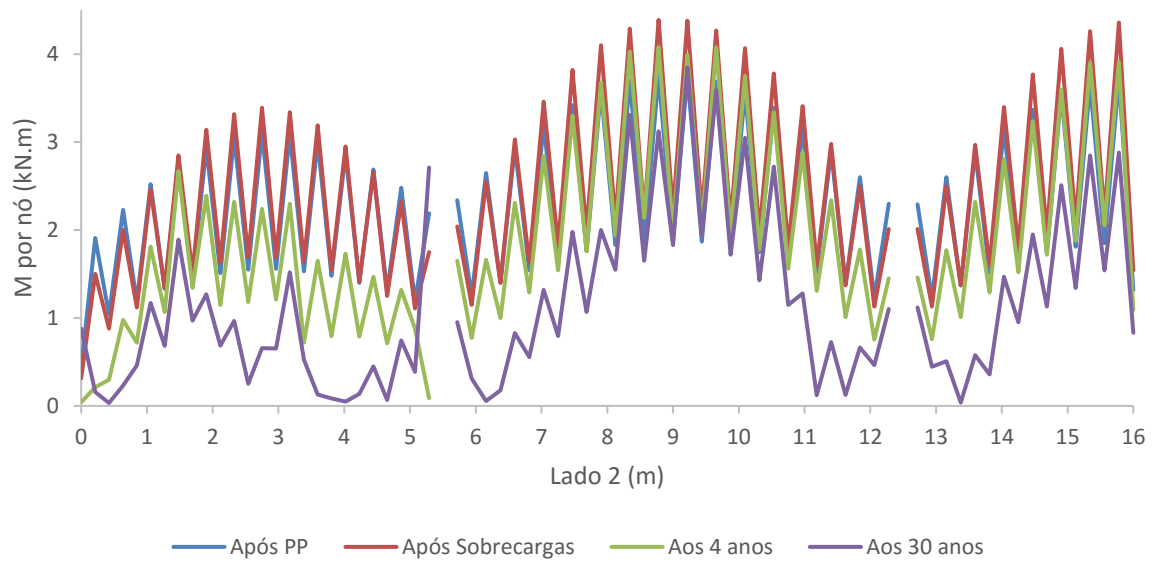


Fig. 4.19- Momentos fletores nodais, ao longo do lado 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

O padrão de fendilhação a longo prazo, na superfície inferior e superior, está exposto na Fig. 4.20 e na Fig. 4.21, respetivamente.

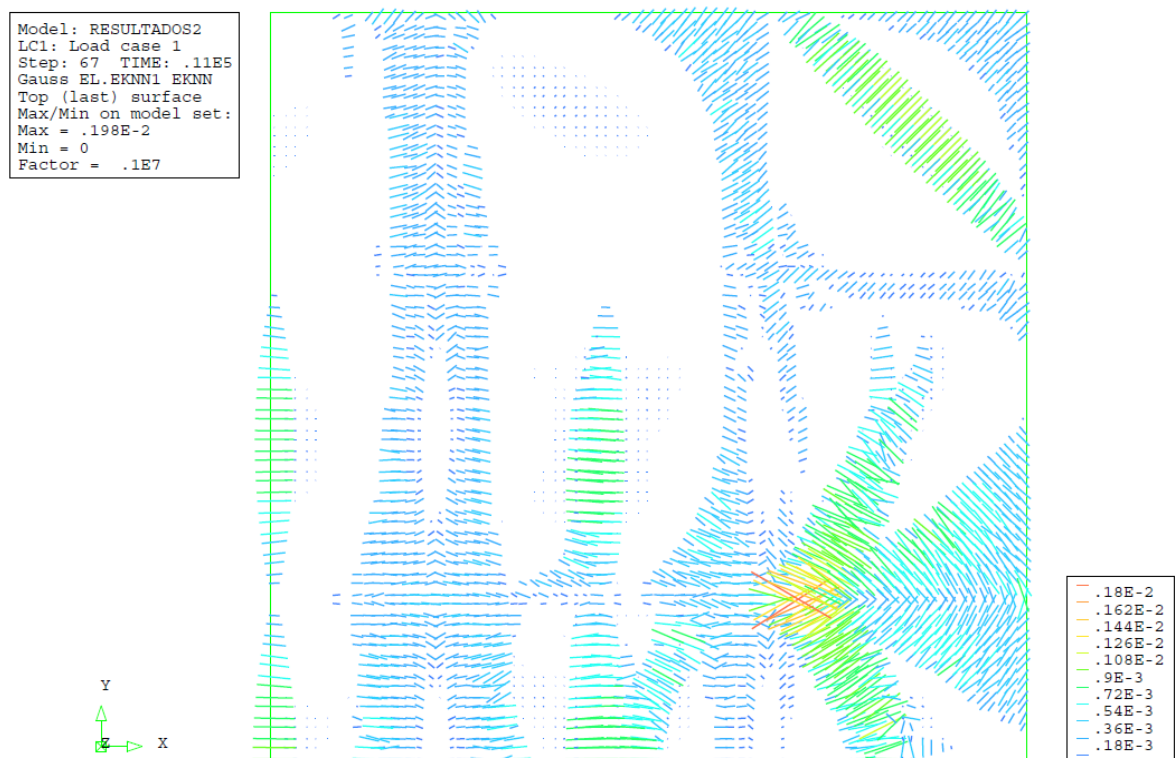


Fig. 4.20- Padrão de fendilhação na superfície inferior das lajes, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.

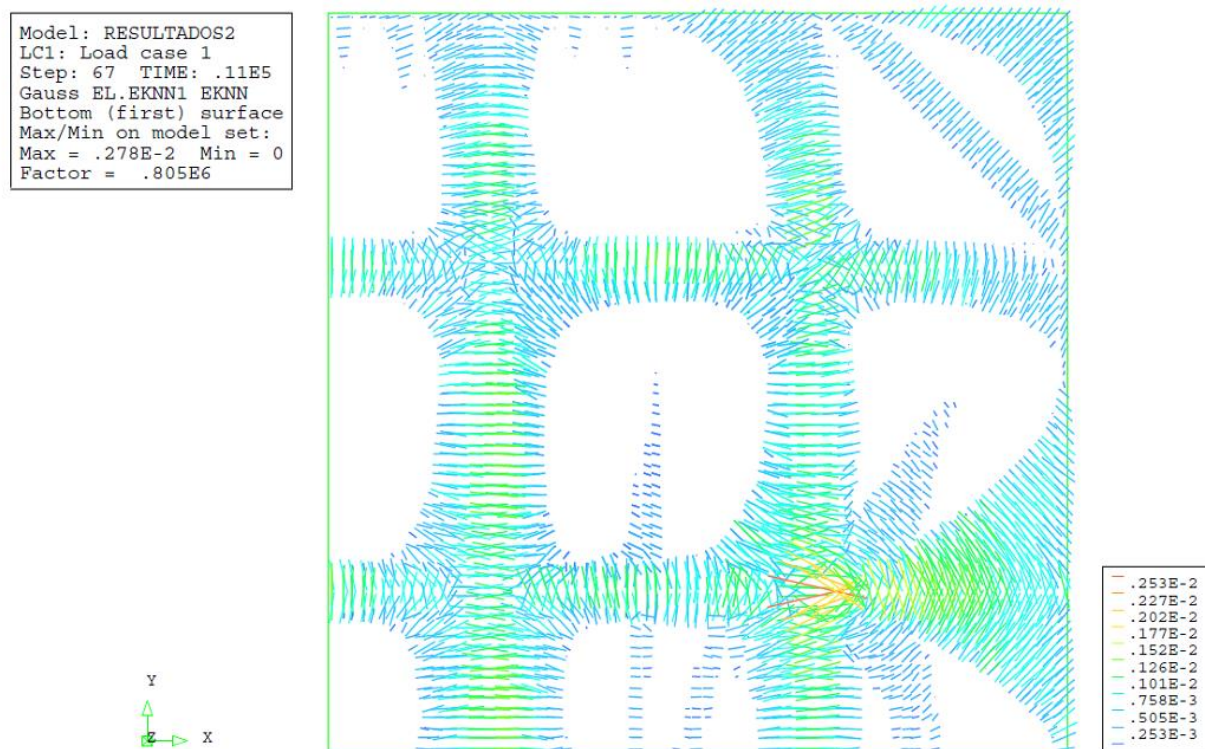


Fig. 4.21- Padrão de fendilhação na superfície superior das lajes, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.

A abertura de fendas é acentuada na ligação laje/parede, havendo fissuração ao longo de uma maior área de laje, quando comparada com o modelo sem parede. A ocorrência de elevadas concentrações da extensão de fendilhação, muito localmente, na zona de ligação entre a laje e a parede, sugere a necessidade de um reforço pontual de armaduras na laje, nessa localização, como foi exposto anteriormente.

A Tabela 4.2 e a Tabela 4.3 representam os valores máximos obtidos no piso, a longo prazo, para a abertura de fendas, assim como a correspondente tensão na armadura, na secção da fenda. De referir que no caso da abertura de fendas junto à armadura superior do painel S16, não foi considerada a extensão máxima, pois para ser definida deveria de se recorrer a um estudo mais localizado dessa zona, assim considerou-se um valor próximo do máximo com uma extensão, (ε_{cr}^{nr}), igual a $0,126 \times 10^{-2}$.

Tabela 4.2- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90 com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S16.

		Superfície Superior (zona dos apoios)		
		$l_{s,máx.}^k (mm)$	$w_k (mm)$	$\sigma_{s,fenda} (MPa)$
Painel S16	Cálculo analítico ($N=N_{cr}$)	220	0,30	251
	Análise não-linear	320	0,40	214

Tabela 4.3- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (com $N=N_{cr}$ MC90) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S13.

		Superfície inferior (zona de meio vão)		
		$l_{s,máx.}^k (mm)$	$w_k (mm)$	$\sigma_{s,fenda} (MPa)$
Painel S13	Cálculo analítico ($N=N_{cr}$)	227	0,30	245
	Análise não-linear	329	0,33	143

4.2.2. ANÁLISE NÃO-LINEAR PARCIAL

Na Fig. 4.22 representa-se a variação da flecha ao longo do tempo para o painel S20 (ver Fig. 4.5), onde apresenta uma deformação máxima igual a 14,8 mm. Constata-se que a taxa de variação decresce a partir dos 10 anos, garantindo que não se atinja o valor máximo regulamentar, que de acordo com o EC2 é igual a 28 mm para este painel.

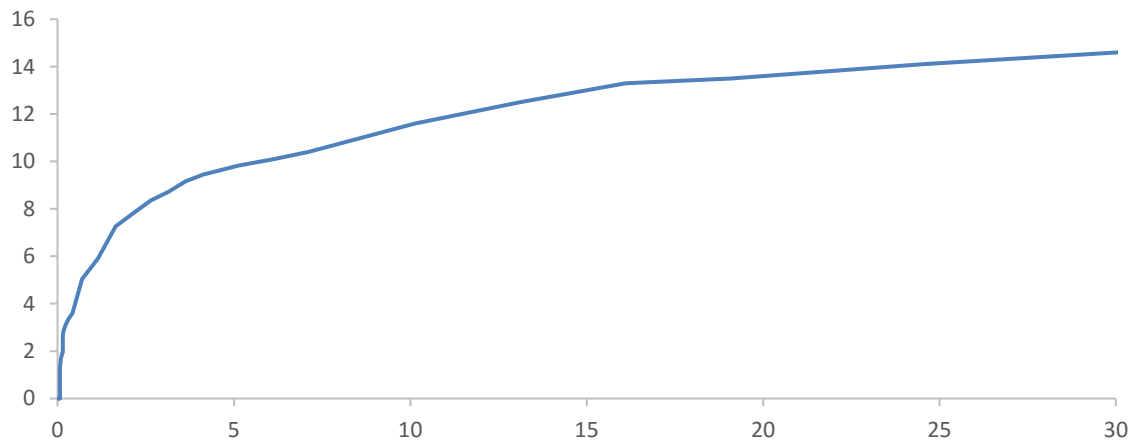


Fig. 4.22- Evolução da flecha ao longo do tempo no centro do painel S20.

A deformação total geral do piso a longo prazo representa-se na Fig. 4.23, demonstrando o comportamento restritivo que a parede apresenta aos painéis do piso.

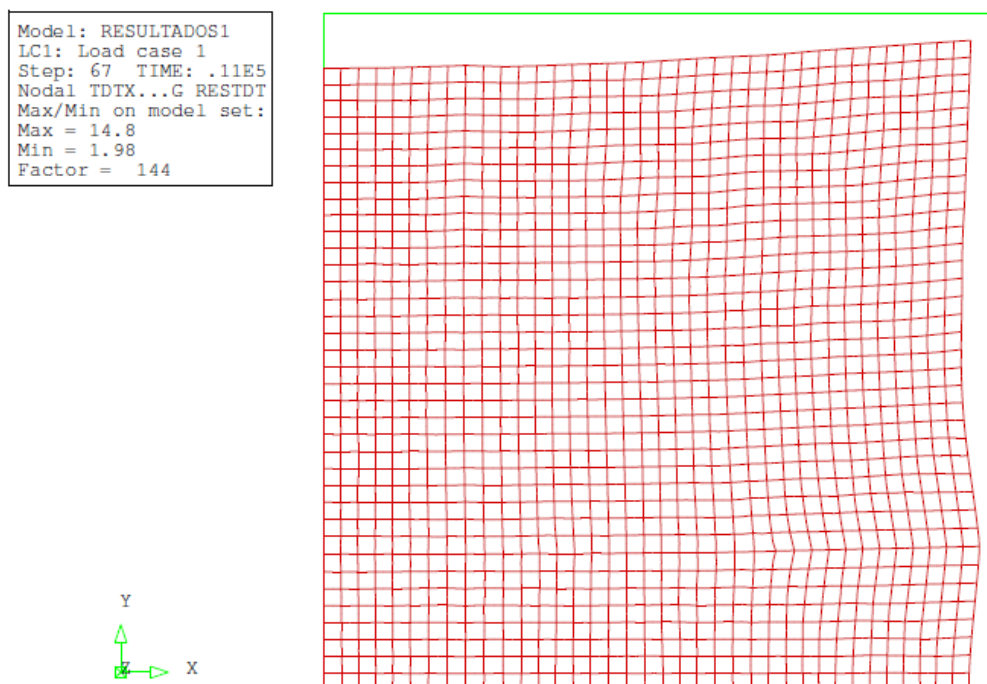


Fig. 4.23- Representação das deformações totais das lajes, a longo prazo.

O padrão geral de deformação do piso é ilustrado na Fig. 4.24, onde o painel S20 aparece destacado com o valor máximo de deformação.

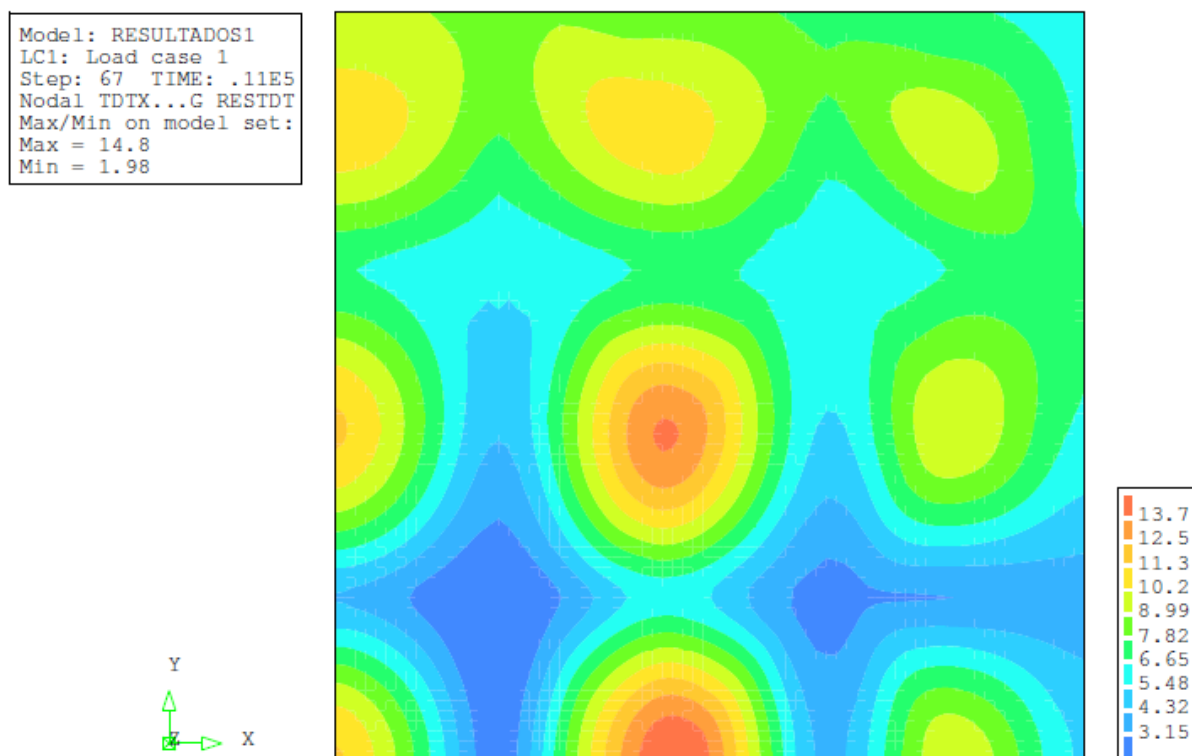


Fig. 4.24- Mapa de deformações nas lajes, a longo prazo, em mm.

A zona mais solicitada de deformações do muro situa-se na direção *Y*, apresentando um valor máximo de 9,12 mm, como demonstrado na Fig. 4.25.

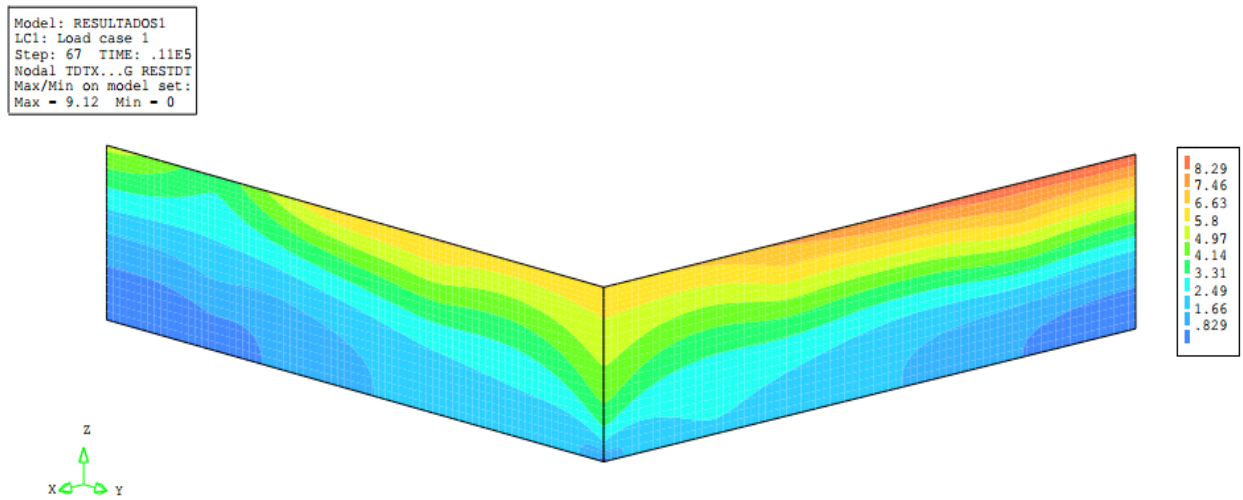


Fig. 4.25- Mapa de deformações no muro, a longo prazo, em mm.

No sentido de quantificar as extensões médias do piso nas direções *X* e *Y*, apresenta-se os resultados na Fig. 4.26 e Fig. 4.27 obtidos com o apoio do modelo da Fig. 4.10.

Analisando-se os resultados da Fig. 4.26 e da Fig. 4.27, verifica-se que a restrição aos movimentos livres do piso é maior segundo a direção *X*. Assim, constata-se que os esforços axiais gerados nesta direção têm valores superiores quando comparados com os da direção *Y*, como tal representam-se os rácios entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, para as direções *X* e *Y*, respetivamente.

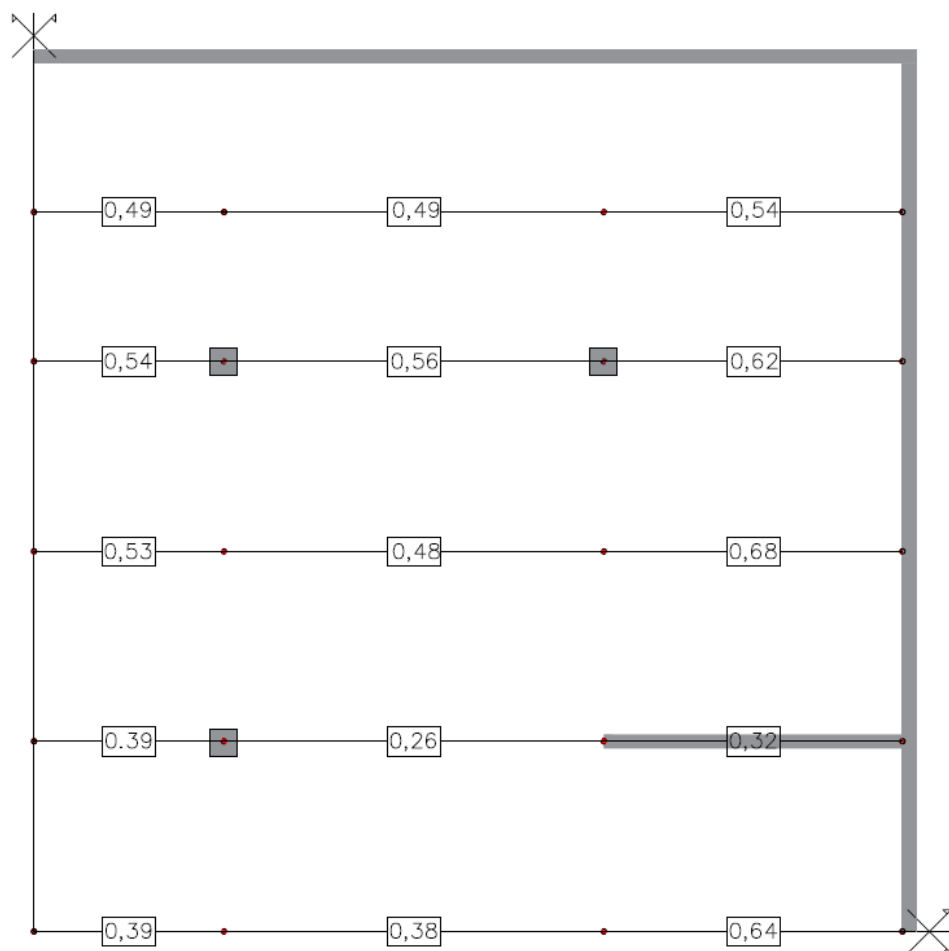


Fig. 4.26- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção X.

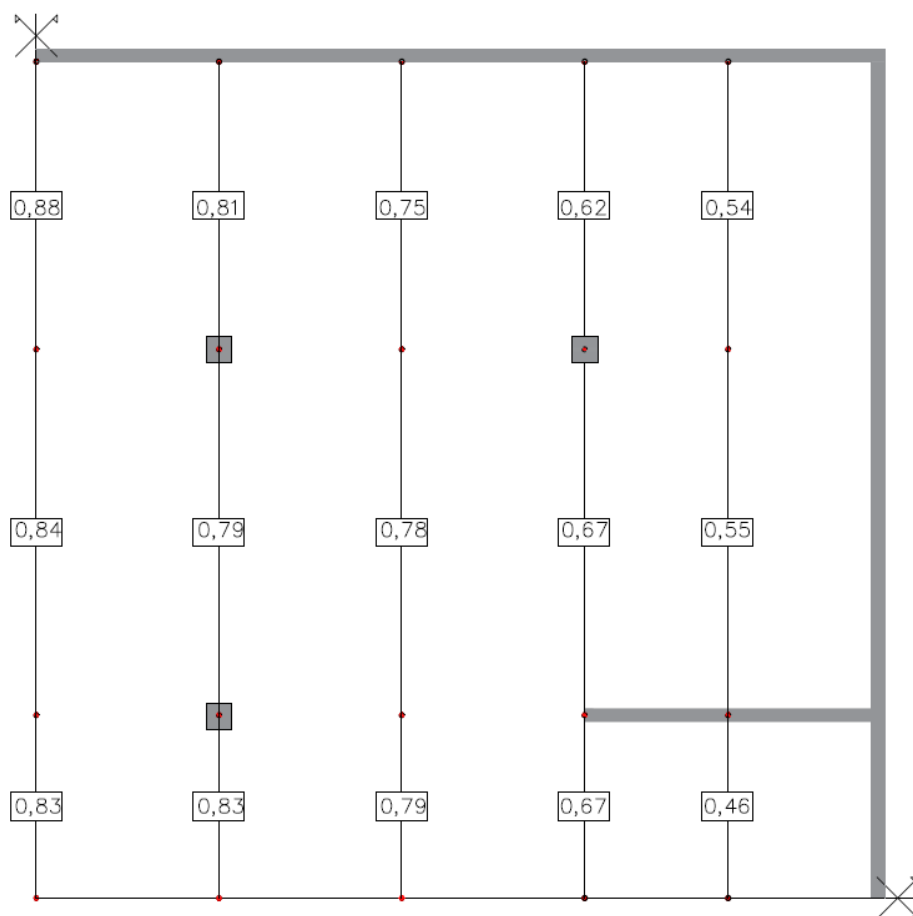


Fig. 4.27- Representação gráfica do rácio entre as extensões médias obtidas na análise e as deformações livres do betão, na direção Y.

Na Fig. 4.28 e na Fig. 4.29 representam-se os esforços axiais nodais, correspondentes ao lado 1 e 2 da estrutura, respetivamente.

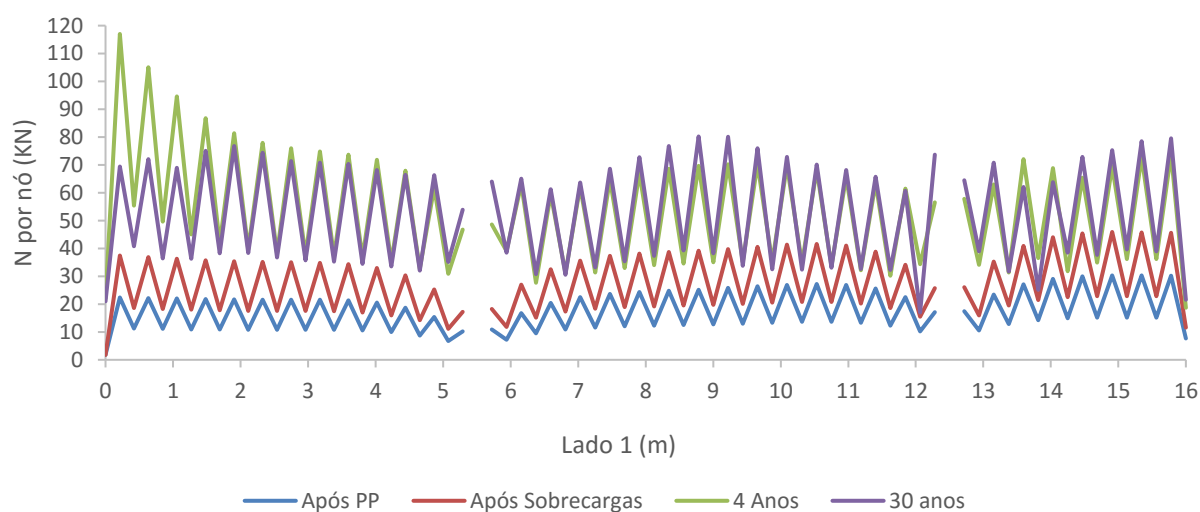


Fig. 4.28- Reações axiais nodais ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

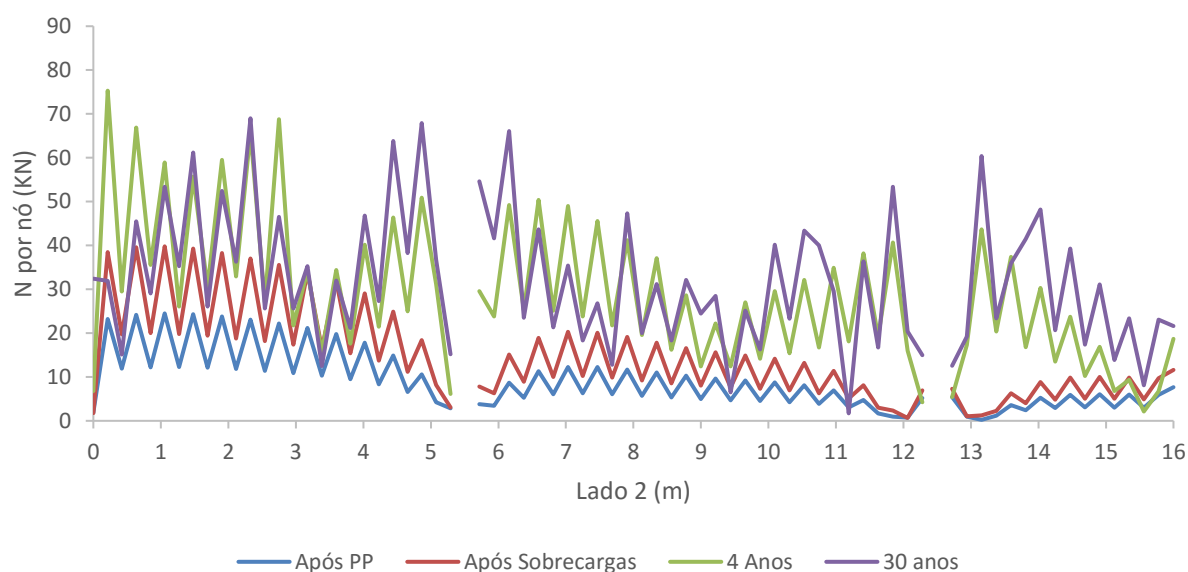


Fig. 4.29- Reações axiais nodais ao longo do lado 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

Verifica-se que ao longo do lado 1, os esforços axiais nodais mais importantes geram-se no período de tempo correspondente aos 4 anos, havendo um decréscimo do esforço aos 30 anos. Este decréscimo deve-se essencialmente à quantidade de fendas geradas na direção X que promovem uma perda de rigidez dos elementos. Relativamente ao lado 2 os esforços são inferiores quando comparados com o lado 1, e a partir dos 4 anos os valores do esforço axial nodal tornam-se mais díspares entre si.

Nas Fig. 4.30 e Fig. 4.31 reproduz-se o rácio entre o esforço axial que advém da análise e o esforço axial de fendilhação, para o lado 1 e 2, respetivamente.

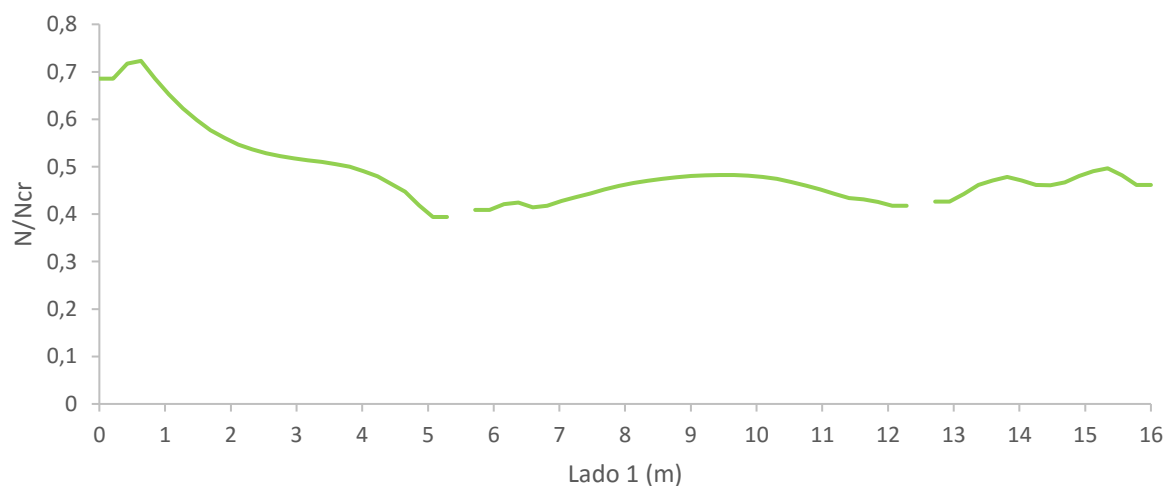


Fig. 4.30- Rácio entre a reação axial que advém da análise, aos 4 anos, e o esforço axial de fendilhação, ao longo do lado 1.

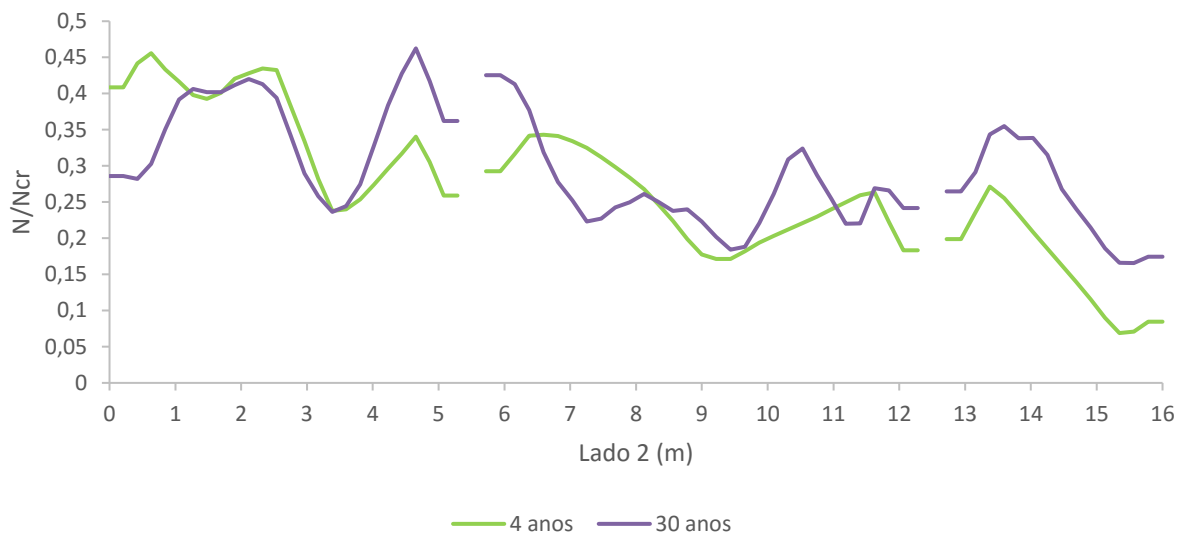


Fig. 4.31- Rácio entre a reação axial que advém da análise, a longo prazo, e o esforço axial de fendilhação, ao longo do lado 2.

Ao longo do lado 1, observa-se que os valores dos esforços axiais apresentam-se entre os ~ 45% e os ~ 70%. Relativamente ao lado 2 a dispersão de valores flutua entre os ~ 10% e os ~ 45%.

A apresentação dos momentos fletores nodais no lado 1 e no lado 2 é feita pelas Fig. 4.32 e Fig. 4.33 respetivamente, mostrando que a geração dos esforços condicionantes acontece após serem aplicadas as sobrecargas, onde se observa que os valores são semelhantes à análise não-linear global.

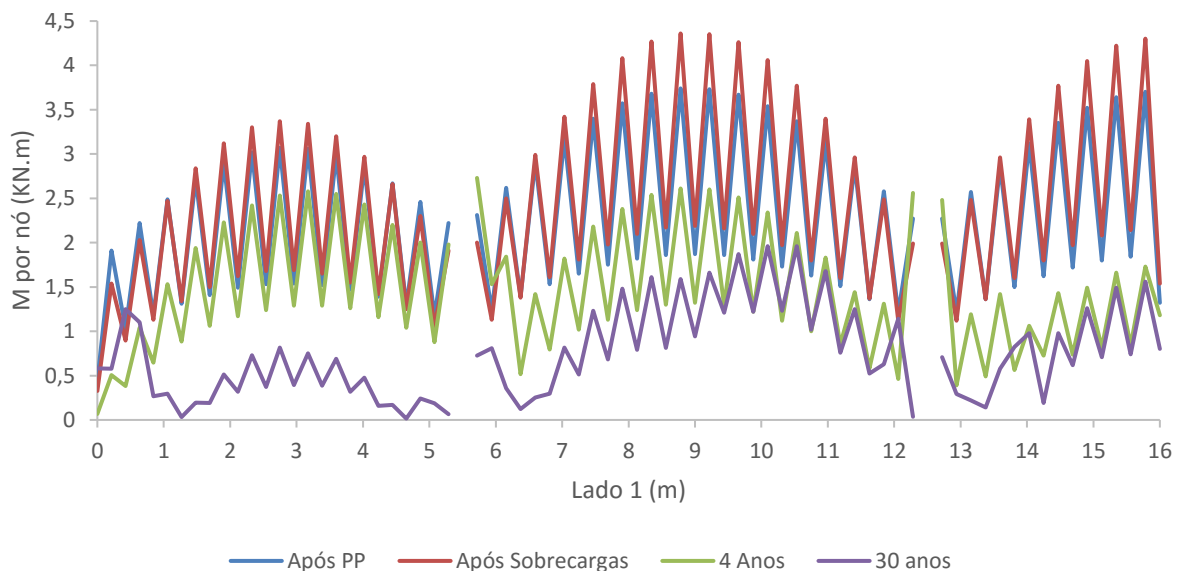


Fig. 4.32- Momentos fletores nodais ao longo do lado 1 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

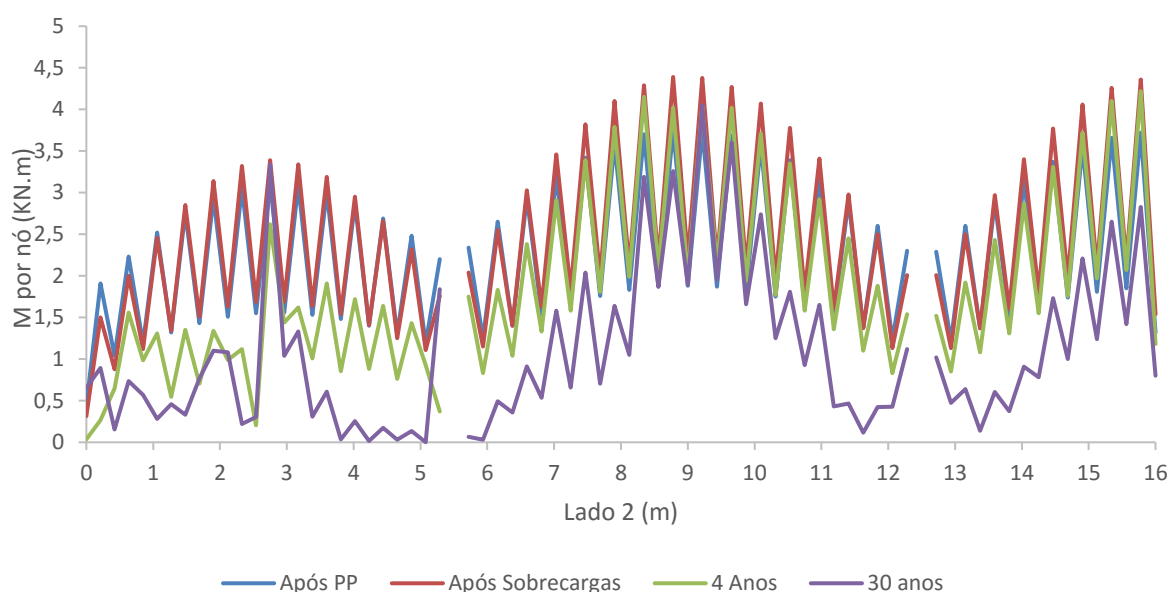


Fig. 4.33- Momentos fletores nodais ao longo do lado 2 da estrutura, para quatro instantes de tempo.

As Fig. 4.34 e Fig. 4.35 representam o padrão de fendilhação, no instante final da análise, para a superfície inferior e superior, respetivamente.

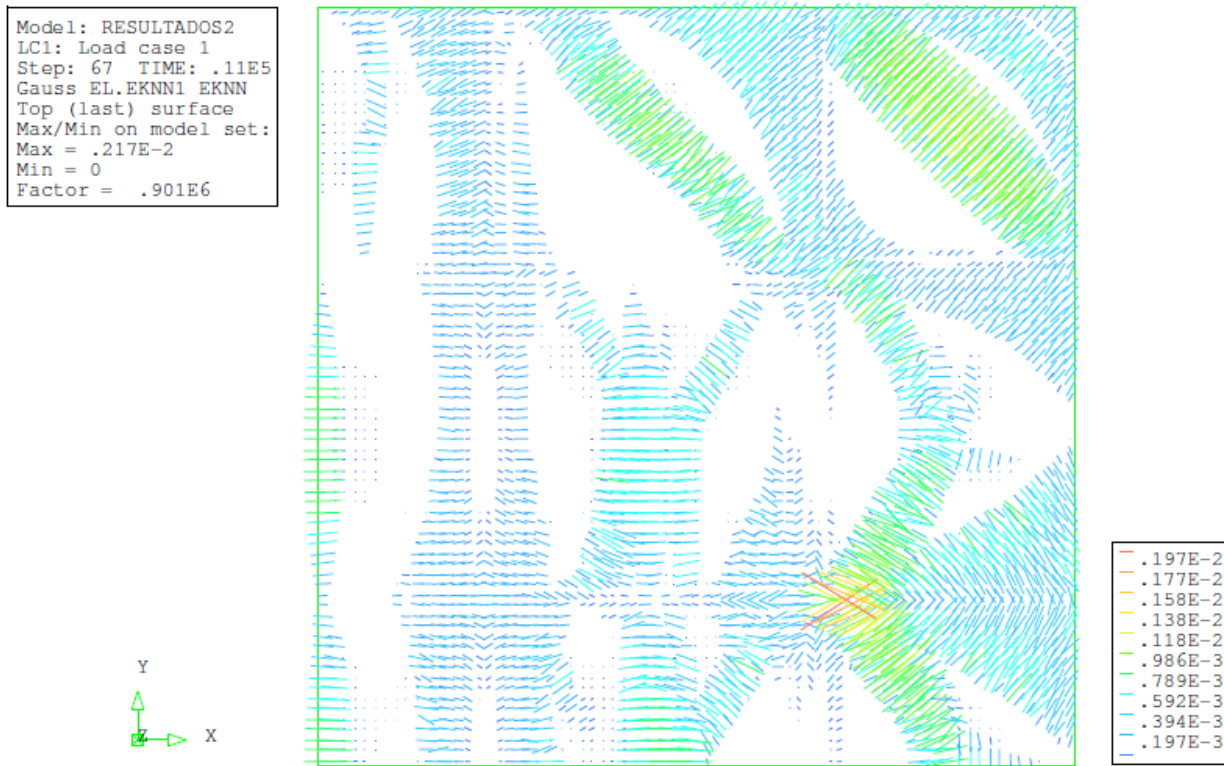


Fig. 4.34- Padrão de fendilhação na superfície inferior das lajes, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.

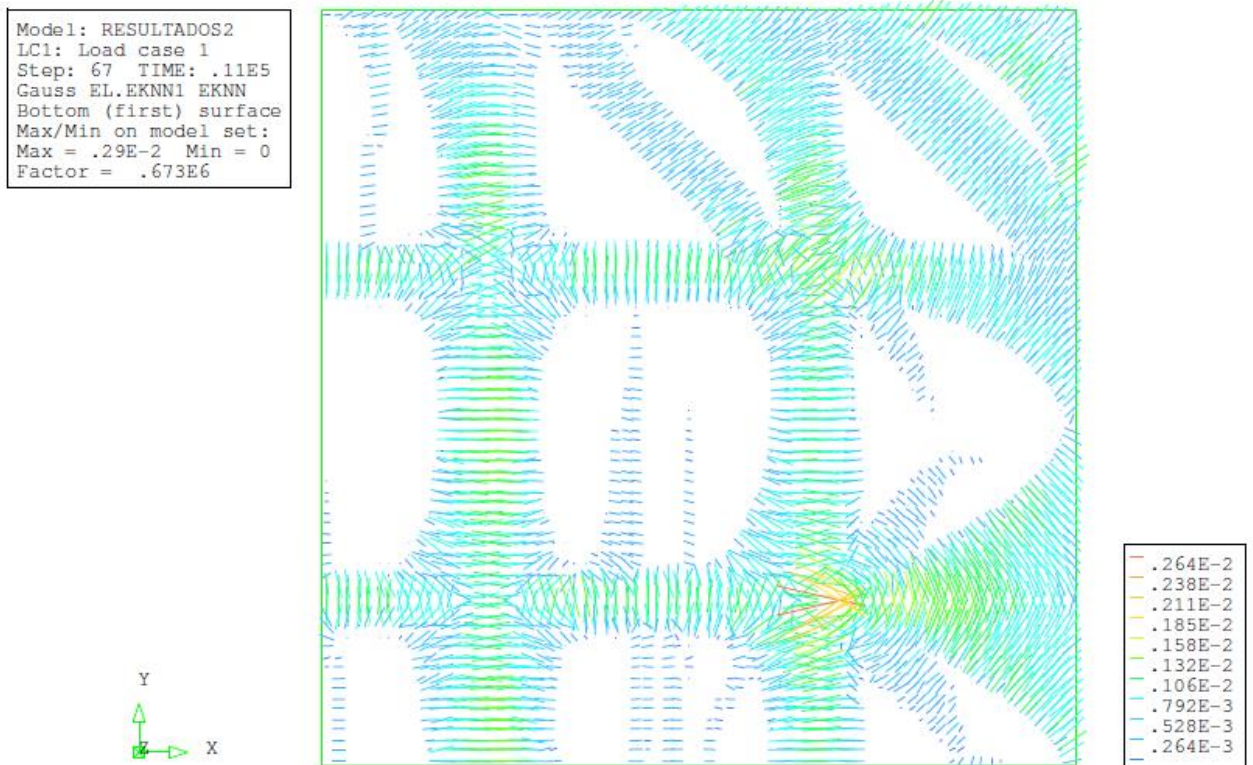


Fig. 4.35- Padrão de fendilhação na superfície superior das lajes, aos 30 anos, representado através de vetores normais às primeiras fendas, em cada ponto de integração.

Este padrão de fendilhação no piso apresenta-se com uma dispersão de fendas considerável quando comparado com a análise não-linear global.

Nas Tabela 4.4 e Tabela 4.5 apresenta-se a comparação da abertura de fendas, com as tensões nas armaduras na fenda. Note-se que no caso da abertura de fendas junto à armadura superior do painel S16, não foi considerada a extensão máxima, pois para ser definida deveria de se recorrer a um estudo mais localizado dessa zona, assim considerou-se um valor próximo do máximo com uma extensão, (ϵ_{cr}^{nn}) , igual a $0,133 \times 10^{-2}$.

Tabela 4.4- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90 com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S16.

		Superfície Superior (zona dos apoios)		
		$l_{s,máx.}^k (mm)$	$w_k (mm)$	$\sigma_{s,fenda} (MPa)$
Painel S16	Cálculo analítico (MC90)	220	0,30	251
	Análise não-linear parcial	320	0,43	222

Tabela 4.5- Comparação da abertura de fendas e da tensão das armaduras nas fendas, calculadas com metodologias analíticas (MC90 com $N=N_{cr}$) ou com a análise não-linear (ANL), no painel S13.

		Superfície inferior (zona de meio vão)		
		$l_{s,máx.}^k (mm)$	$w_k (mm)$	$\sigma_{s,fenda} (MPa)$
Painel S13	Cálculo analítico (MC90)	227	0,30	245
	Análise não-linear	329	0,34	157

4.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando os dados da Tabela 4.6, verifica-se que a alteração da rigidez do muro afeta o comportamento dos painéis de laje.

Tabela 4.6- Quadro síntese do capítulo 4, com a apresentação de valores máximos.

Quadro síntese						
N/N _{cr}			w _k		σ _{s,fenda}	
			Zona de apoios	Zona de meio vão	Zona de apoios	Zona de meio vão
Análise não-linear global	Lado 2	~ 35%	0,40	0,33	214	143
	Lado 1	~ 50%				
Análise não-linear parcial	Lado 2	~ 45%	0,43	0,34	222	157
	Lado 1	~ 70%				

A abertura de fendas condicionante ocorre na superfície superior do painel de laje S16 com um valor acima do limite máximo admitido neste trabalho. Na confrontação de resultados entre as duas análises, verifica-se um aumento com alguma importância da abertura de fendas. É importante referir que com o aumento da abertura de fendas ocorre o aumento da tensão na armadura na secção da fenda, como era de esperar.

A deformação do muro, na análise não-linear global, é igual a 9,3 mm, enquanto na análise não-linear parcial apresenta um valor igual a 9,12 mm, o que equivale a uma diferença de cerca de 2%. Embora esta diferença seja pouco significativa, verifica-se que está associada a alterações importantes nos esforços axiais instalados nos painéis de laje.

Analisando graficamente os resultados entre a ANL global e a ANL parcial, através das Fig. 4.36 e Fig. 4.37, verifica-se que, aos 4 anos, o rácio entre o esforço axial obtido na análise e o esforço axial de fendilhação é mais preponderante na análise não linear parcial, uma vez que nessa análise o muro apresenta maior rigidez.

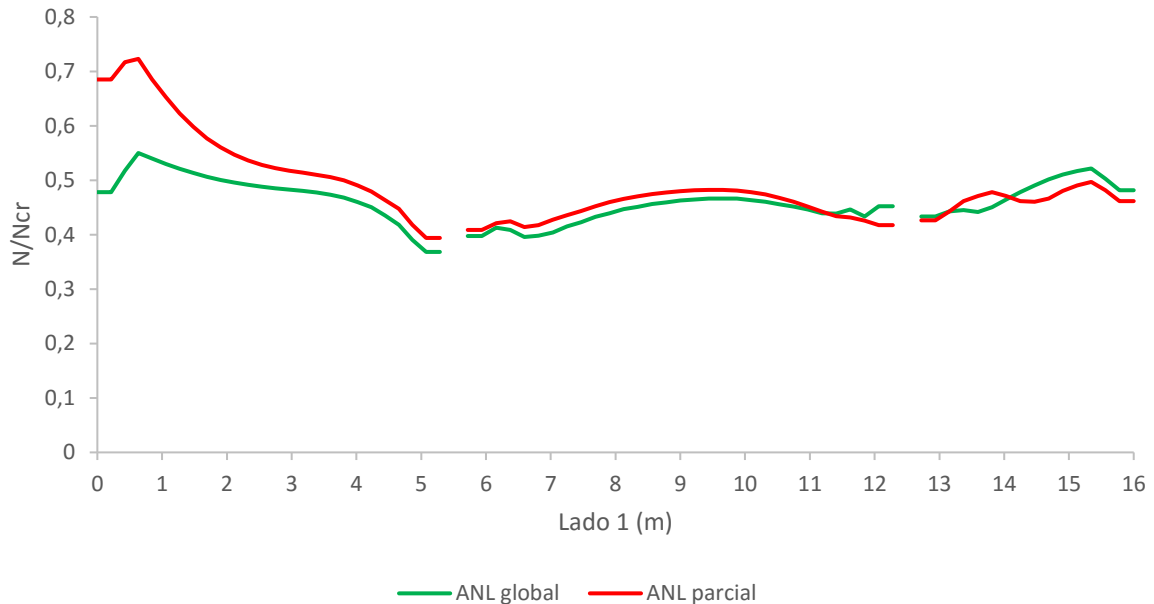


Fig. 4.36- Comparação dos rácios entre o esforço axial obtido na análise e o esforço axial de fendilhação para a ANL global e a ANL parcial, aos 4 anos.

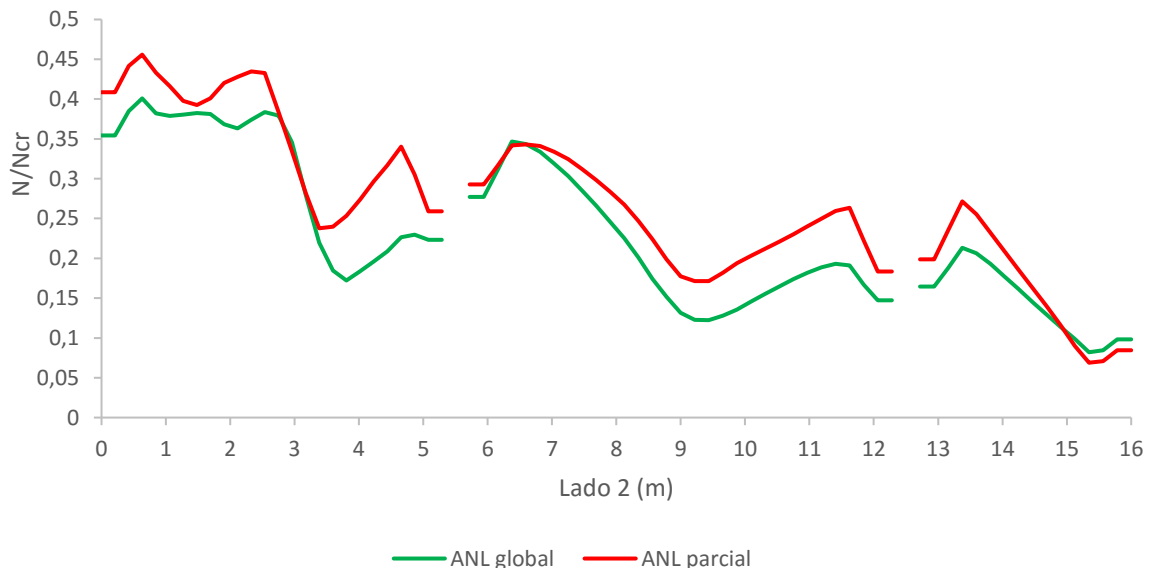


Fig. 4.37- Comparação dos rácios entre o esforço axial obtido na análise e o esforço axial de fendilhação para a ANL global e a ANL parcial, aos 4 anos.

5

ANÁLISE SIMPLIFICADA DE LAJES RESTRINGIDAS POR MUROS NA PERIFERIA

5.1. DESCRIÇÃO DO CASO EM ESTUDO

A importância de reduzir o tempo de cálculo na análise de uma estrutura torna-se relevante quando esta apresenta dimensões consideráveis. Este caso de estudo incide sobre essa temática, avaliando-se a viabilidade de uma solução alternativa para o estudo da estrutura considerada no capítulo 3. A faixa em estudo é a representada na Fig. 5.1 e é adotada uma largura igual à dimensão de um elemento finito, ou seja, 0,42 m.

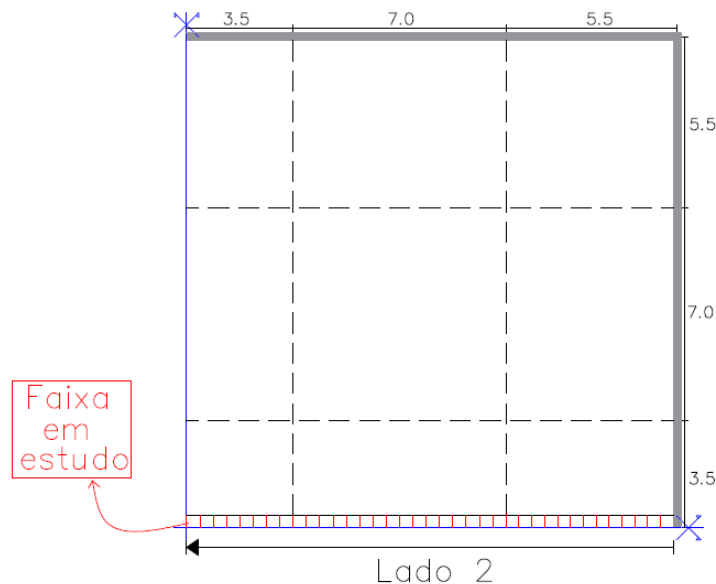


Fig. 5.1- Representação da faixa em estudo (dimensões em m).

Para a modelação desta faixa, consideram-se as características do primeiro caso de estudo, isto é, a mesma quantidade de armadura, os mesmos materiais, as mesmas ações e o mesmo faseamento construtivo. As condições de apoio que permitiram simular a faixa em estudo são definidas na Fig. 5.2. De referir que, para atender ao funcionamento bidirecional no caso 1 e unidirecional no caso 3,

considerou-se, no caso 3, uma carga distribuída (peso próprio e sobrecarga) igual a 66% do valor considerado no caso de estudo 1. Esta percentagem foi estimada através de dois exemplos de validação identificados na Fig. 5.3, em que se verificou que, ao efetuar esta redução, os valores de momentos fletores do caso b), com comportamento unidirecional, eram idênticos aos valores correspondentes ao caso a), com comportamento bidirecional.

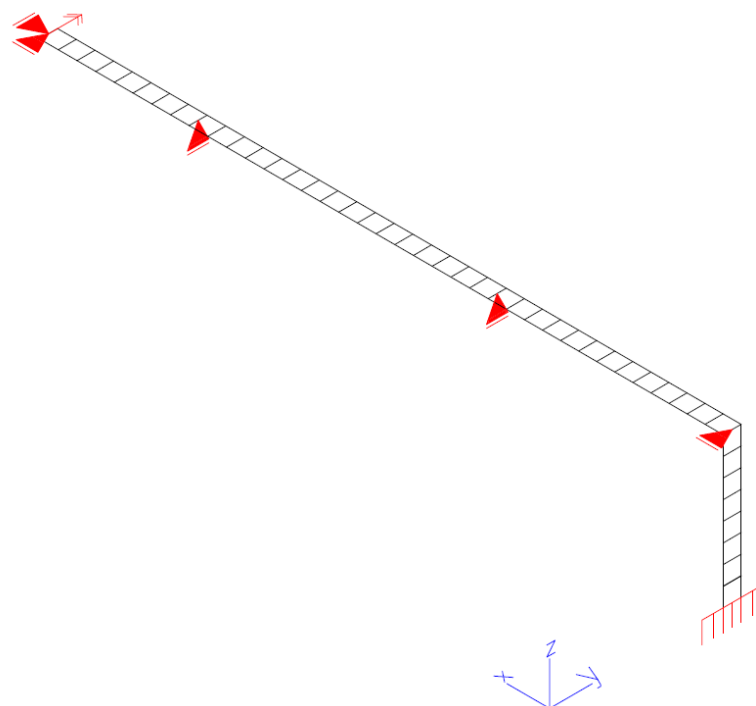


Fig. 5.2- Condições de apoio consideradas na análise.

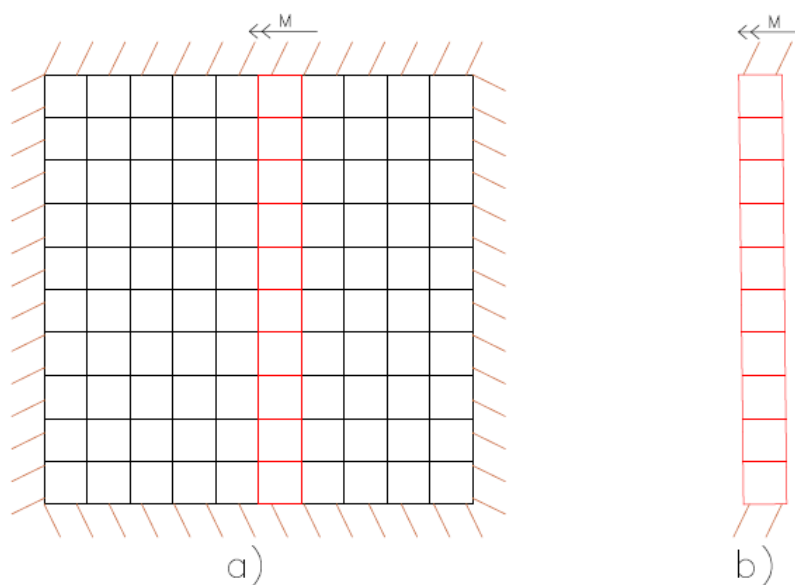


Fig. 5.3- Exemplos de validação. a) estrutura global; b) faixa da estrutura.

5.2. RESULTADOS E DISCUSSÃO DAS ANÁLISES EFETUADAS

5.2.1. ANÁLISE NÃO-LINEAR GLOBAL

Na estimativa das extensões médias da faixa, na direção X, considerou-se as designações apresentadas na Fig. 5.4.

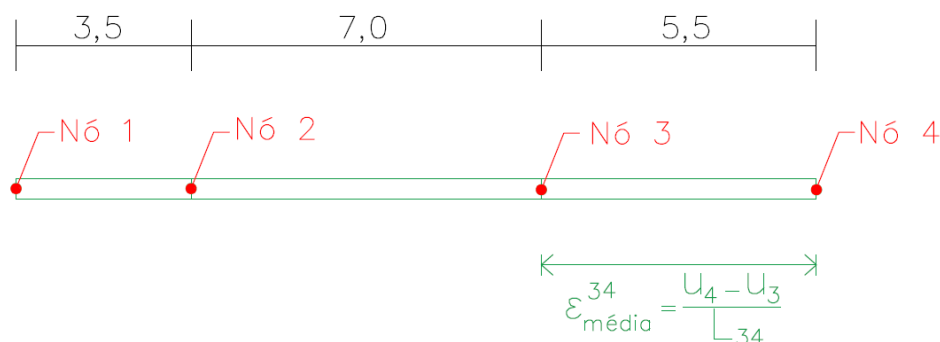


Fig. 5.4- Apoio à determinação da extensão média nos painéis em estudo, em que u representa o deslocamento e L a dimensão de cada painel de laje (dimensões em m).

Tabela 5.1- Rácio entre as extensões médias provenientes da análise e as deformações livres do betão.

Designação	$\varepsilon_{média}$ em X (Diana)	$\varepsilon_{cs} + \varepsilon_{cT}$ (MC90)	Rácio de extensões em X (Caso de estudo 3)	Rácio de extensões em X (Caso de estudo 1)
$\varepsilon_{média}^{12}$	580×10^{-6}	659×10^{-6}	0,88	0,81
$\varepsilon_{média}^{23}$	583×10^{-6}		0,88	0,81
$\varepsilon_{média}^{34}$	595×10^{-6}		0,90	0,87

Confrontando os resultados das deformações agora obtidas com a análise não-linear apresentada no capítulo 3, verifica-se que na zona onde está inserida a faixa em estudo, estes apresentam-se com algumas diferenças. Constata-se assim, que a deformação livre não é restringida na totalidade pelo muro simulado no caso de estudo 3 havendo também influência, nessa restrição, do muro normal à faixa em estudo.

Na Fig. 5.5, para além dos resultados dos casos de estudo 1 e 3, apresentam-se os de duas análises simplificadas da estrutura considerada no caso de estudo 3, com o intuito de compreender a influência das armaduras da laje sobre a restrição à deformação livre do betão. Numa das análises, considera-se apenas a laje, sem armaduras, sem a presença do muro e sem cargas verticais. Deste modo, as deformações da laje são iguais às deformações livres (devidas à variação de temperatura e à retração). Esta análise foi então realizada apenas para validação dos resultados obtidos nas análises não lineares.

Os resultados confirmam que, conforme se esperava, os valores das deformações obtidos nessa análise são idênticos às deformações livres do betão. Numa segunda análise, considerou-se a laje de betão, com armaduras, sem a presença do muro e sem cargas verticais, para assim avaliar a influência da restrição conferida pelas armaduras. Conclui-se que o rácio entre a deformação resultante da análise e a deformação livre é igual a 0,94. Tendo em conta os resultados para o caso de estudo 3 apresentados na Tabela 5.1, pode então concluir-se que, na faixa em estudo, a restrição à deformação axial da laje conferida pelo muro é sensivelmente igual à restrição conferida pelas armaduras da laje.



Fig. 5.5- Esquema com a indicação dos rácios entre a deformação média obtida nas análises e a deformação livre do betão, na zona da faixa em estudo.

A Fig. 5.6 representa a linha de nós da faixa onde foi quantificado o esforço axial e o momento fletor.

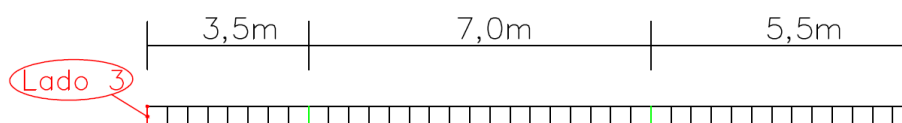


Fig. 5.6- Identificação do Lado 3.

Na comparação dos esforços entre o caso de estudo 1 (aquele que foi apresentado no capítulo 3) e o caso de estudo 3 (aquele que é apresentado no presente capítulo), considerou-se o somatório dos esforços nos 3 nós do elemento finito em estudo dividido por 2 e novamente dividido por 0,21 m, para se obter um valor de reação por metro que possa ser comparável com os valores apresentados no capítulo 3. Na quantificação dos esforços obtidos no caso de estudo 1 (para efeitos de comparação), e de acordo com a Fig. 5.7, considera-se a média dos valores na zona identificada a verde.

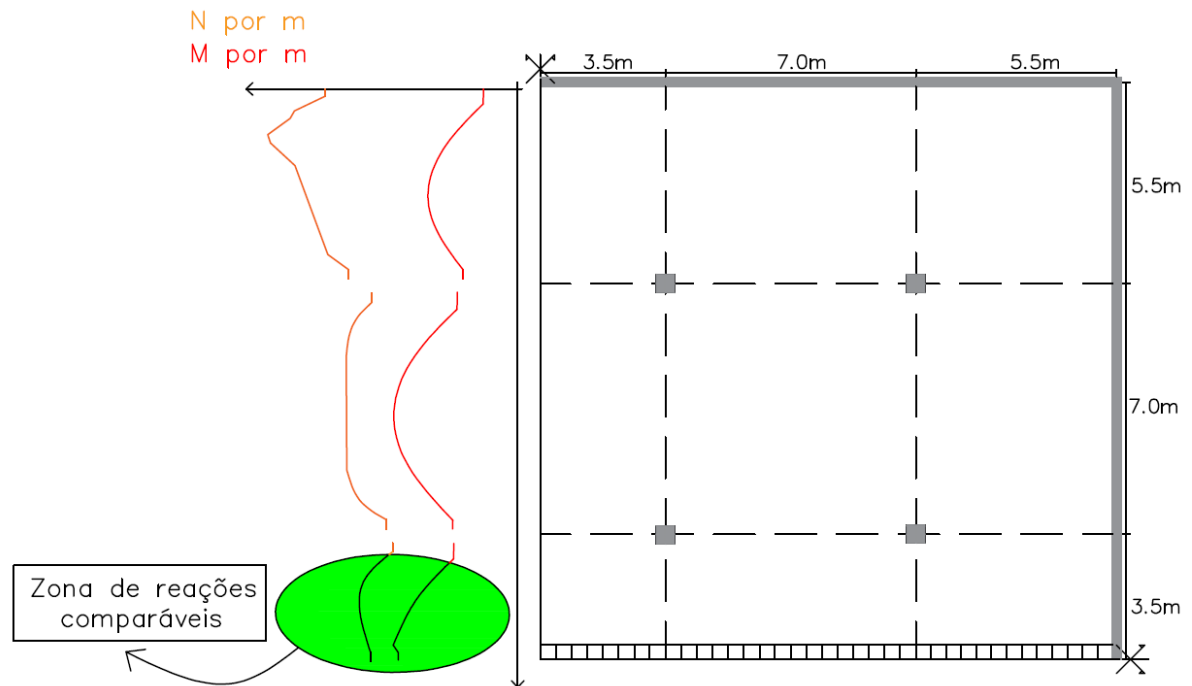


Fig. 5.7- Representação do caso de estudo 1 com a identificação da zona de reações comparáveis com o caso de estudo 3.

Sendo assim, na Tabela 5.2 apresenta-se a confrontação da média móvel das reações por metro obtidas nos dois casos de estudo.

Tabela 5.2- Confrontação de resultados entre casos de estudo.

	Caso de estudo 1	Caso de estudo 3
Reação axial (kN/m)	142,86	5,90
Momento fletor (kN.m/m)	7,14	3,43

Verifica-se que existe uma grande diferença entre os resultados obtidos nos casos de estudo 1 e 3. Analisando a Fig. 5.8, que apresenta as reações horizontais segundo uma das direções, no eixo de simetria da laje e na base do muro (resultados para o caso de estudo 1), pode concluir-se que o muro simulado no caso de estudo 3 não é de facto o principal responsável pela restrição da deformação axial da laje. Esta conclusão está de acordo com aquilo que já tinha sido observado atrás a propósito das deformações médias da laje obtidas nos casos de estudo 1 e 3. Conclui-se assim que o muro paralelo à faixa em estudo no caso 3 tem um papel determinante na restrição da deformação da laje, mesmo nas faixas de laje mais afastadas desse muro. O modelo de elementos finitos considerado no caso de estudo 3 não pode assim ser usado para avaliar a restrição às deformações impostas neste tipo de estrutura.

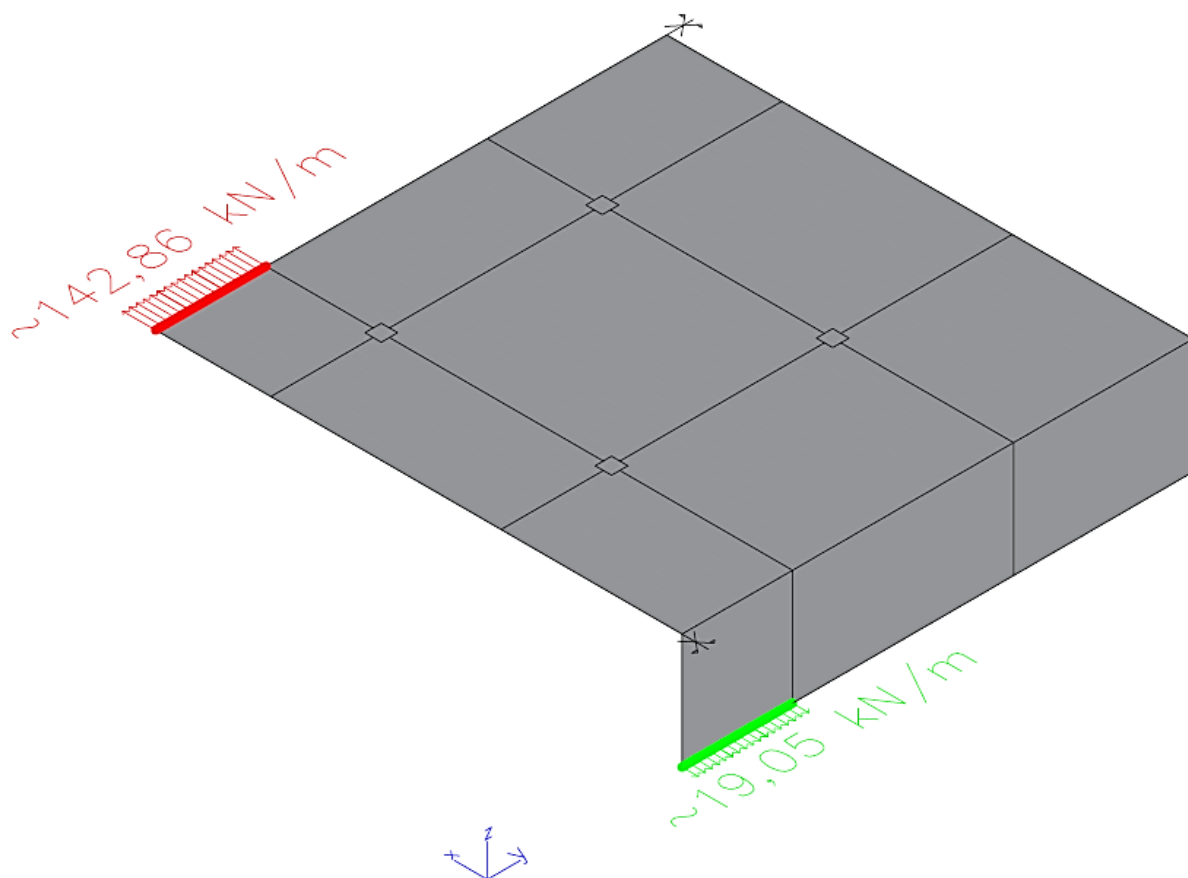


Fig. 5.8- Média móvel da reação axial a longo prazo, nos bordos assinalados, kN/m.

6

CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

6.1. CONCLUSÕES

O objetivo primordial desta dissertação é melhorar a compreensão dos efeitos da retração e das ações gravíticas, em estruturas laminares de betão armado, nomeadamente em lajes maciças de edifícios restringidas lateralmente. As deformações originadas por esses efeitos, quando estão restringidas originam um esforço axial que quando atinge a resistência à tração do betão provoca o aparecimento de fendas.

Como no ELS se desconhecia o verdadeiro esforço axial instalado na laje procedeu-se à realização de uma análise não-linear, recorrendo ao programa de elementos finitos DIANA, para estimar corretamente o esforço que realmente estava alojado na laje de modo a, posteriormente, calcular a armadura necessária para garantir a segurança neste mesmo estado.

Na fase inicial do trabalho, procedeu-se ao estudo do comportamento do betão fendilhado e não fendilhado para conseguir estabelecer uma comparação entre si. No betão não fendilhado, estudou-se a influência dos fenómenos de retração e da fluência, enquanto no betão fendilhado se analisou o processamento da retenção de trações no betão simples e no betão armado, dando mais destaque ao último. Para modelar corretamente este efeitos na análise não-linear, recorrendo ao software DIANA, foi necessário adotar um modelo de fendilhação de múltiplas fendas fixas com decomposição de extensões. É conveniente referir que a escala de tempo real, contada a partir da betonagem, é diferente da que é simulada no DIANA e como tal os conceitos de *Curage* e *Aging*, aspetos específicos do software DIANA, tiveram de ser empregues.

Os painéis de laje estudados estavam armados em duas direções e pertenciam a um piso restringido lateralmente por elementos estruturais, onde se verificou que o seu grau de restrição não é tão elevado quanto se consta nos estudos de (Ribeiro, 2014).

No primeiro caso de estudo constatou-se que em ambos os lados o esforço axial máximo instalado nos painéis de laje, obtidos para a análise não-linear global, varia de ~ 25% a ~ 45% do esforço axial de fendilhação, e na análise não-linear parcial de ~ 25% a ~ 60%. Verificou-se também que as deformações do piso, nas direções *X* e *Y*, apresentam-se com valores inferiores às deformações livre do betão, no caso da análise não-linear global observaram-se valores ~ 70% junto ao muro e ~ 85% no centro do piso, havendo uma diminuição nos resultados atingidos na análise não-linear parcial onde se averiguaram valores ~ 54% junto ao muro e ~ 82% no centro do piso. Estes valores permitem concluir

que a alteração da rigidez do muro influencia os esforços na medida que quanto maior a rigidez maiores os esforços axiais.

Relativamente ao segundo caso de estudo, a conclusão foi análoga à anterior no que respeita à rigidez do muro, embora na análise não-linear global ao longo do lado 1, se verifique que os valores dos esforços axiais se mantêm constantes apresentando-se entre os ~ 40% e os ~ 50% do esforço de fendilhação. Ao longo do lado 2 a dispersão de valores aumenta consideravelmente variando entre os ~ 15% e os ~ 40%, o que se deve essencialmente à presença da parede. Na análise não-linear parcial ao longo do lado 1, observa-se que os valores dos esforços axiais apresentam-se entre os ~ 45% e os ~ 70%, sendo que no lado 2 a dispersão de valores varia entre os ~ 10% e os ~ 45% do N_{cr} . No que respeita à deformação do piso, na direção X , constata-se bastante restringida na zona da parede com um valor igual a 30% da deformação livre do betão. Na direção Y a deformação no centro do piso encontra-se semelhante ao primeiro caso de estudo, mas na zona da parede esta reduz-se em ~ 20%.

Do caso de estudo 3 conclui-se que uma análise não-linear global de uma faixa do piso conduz a esforços incoerentes com o grau de restrição da estrutura, não podendo ser efetuada tal simplificação, neste caso. Além disso, verificou-se que o muro simulado no caso de estudo 3 não é de facto o principal responsável pela restrição da deformação axial da laje. Esta conclusão está de acordo com as deformações médias obtidas entre o caso de estudo 1 e 3. Sendo assim, a grande parte da restrição é efetuada pelo muro paralelo à faixa em estudo no caso de estudo 3.

Atendendo aos momentos fletores máximos obtidos nas análises, verificou-se que se dispuseram com valores semelhantes em ambos os casos de estudo. No primeiro tramo (junto ao muro) obtiveram-se valores de ~ 10 $kN.m/m$ e nos restantes tramos de ~ 14 $kN.m/m$.

Dos resultados expostos anteriormente constatou-se que fica instalado na laje um esforço axial de tração menor que o esforço axial de fendilhação, N_{cr} . Como tal, a armadura necessária para garantir que $w_k = 0,30 mm$ é menor do que a que se obteria, através dos cálculos baseados no EC2 e no MC90, se o esforço axial considerado fosse igual a N_{cr} . Em termos regulamentares, o EC2 não é esclarecedor na consideração dos efeitos das deformações impostas restringidas, quando o efeito das deformações impostas é combinado com as ações gravíticas, no que diz respeito ao cálculo da armadura mínima para elementos de BA na zona tracionada, e à verificação de flechas.

6.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Na sequência do estudo efetuado nesta dissertação, verifica-se que ainda existem alguns tópicos a desenvolver, sendo que as questões mais importantes a abordar em possíveis desenvolvimentos futuros serão enumeradas nos parágrafos seguintes.

É conveniente considerar outros tipos de laje, nomeadamente as fungiformes e as aligeiradas, para realizar as análises efetuadas no decorrer deste trabalho, de modo a ter uma comparação de todas as tipologias de laje, para conseguir estabelecer qual dela é mais afetada pelos fenómenos desenvolvidos ao longo deste estudo.

Nas análises efetuadas, poderiam ser aplicados painéis com configurações estruturais diferentes, de modo a possibilitar a confrontação entre si.

Nas Fig. 6.1 e 6.2 estão representadas disposições construtivas que induzem o aparecimento de fendas devido ao elevado grau de restrição à deformações.

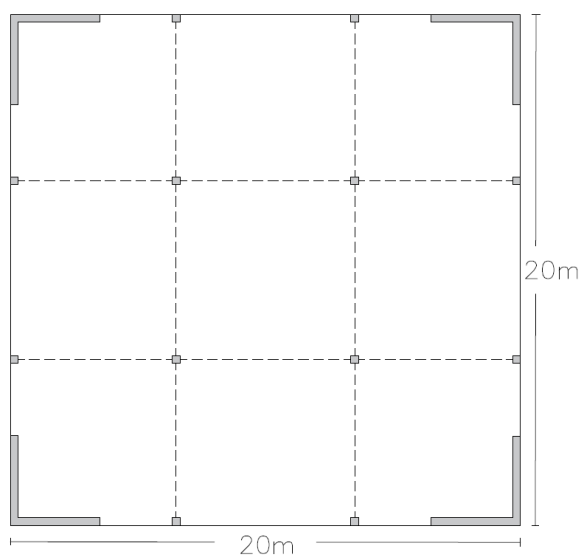


Fig. 6.1- Exemplo proposto de um piso com elevada restrição.

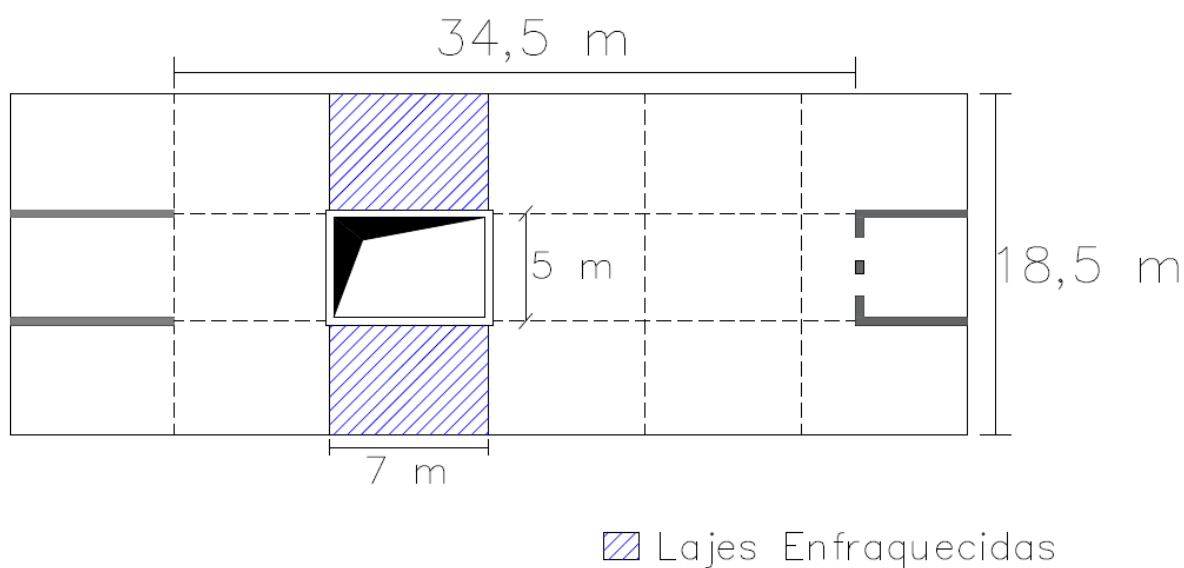


Fig. 6.2- Exemplo proposto de um piso de uma estrutura com zonas enfraquecidas devido à sua disposição estrutural. Adaptado de (Figueiras,1997).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Patrick, Mark; Wheeler, Andrew. (2000). *Crack Control of Slabs*. Centre for Construction Technology Research, University of Western Sydney.
- Câmara, Jorge; Figueiredo, Carlos (2012). *Concepção de edifícios com grande área de implantação*. Encontro Nacional de Betão estrutural, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Câmara, J.; Luís, R. (2006). *Structural Response and Design Criteria for Imposed Deformations Superimposed to Vertical Loads*. The Second fib Congress, Naples, Italy.
- Carvalho, Jorge Freire De (2013). *Estudo da fendilhação em lajes restringidas, devida ao efeito conjunto da retração e das ações distribuídas no piso*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Ribeiro, Christopher Rodrigues (2014). *Estudo da fendilhação em lajes bi-direcionais restringidas, atendendo aos efeitos da retração e das ações gravíticas*.
- CEB-FIP. (1993). *Model Code 1990 - Design Code*. Thomas Telford, Switzerland, Lausanne.
- Sousa, Carlos Filipe Ferreira (2004). *Continuidade estrutural em tabuleiros de pontes construídos com vigas pré-fabricadas. Soluções com ligação em betão armado*. Dissertação de Mestrado.
- Gilbert, Raymond Ian; Ranzi, Gianluca. (2011). *Time-Dependent Behaviour of Concrete Structures*. Spon Press, USA and Canada.
- Araújo, José Milton De. (2002). *Modelos de previsão da fluência e da retração do concreto*. Editora Dunas, Rio Grande, Brasil.
- Favre, Renaud; Jaccoud, Jean-Paul; Burder, Olivier and Charif, Hazem. (1999). *Dimensionnement des structures en béton: Aptitude au service et éléments de structures*. Nouvelle édition, l'École polytechnique fédérale de Lausanne.
- DIANA. (2014). *Finite Element Analysis. DIANA Manual release 9.6*. Department of Computational Mechanics, Delf, Netherlands: TNO Building and Construction Research.
- Leitão, Luis; Faria, Rui; Azenha, Miguel e Sousa, Carlos. (2012). *Análise da fendilhação em elementos de betão armado induzida por restrição a deformações impostas*. Encontro Nacional Betão Estrutural.
- CEB-Manual. (1985). *Cracking and Deformations*. Printed and diffused by École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, Lausanne.
- Pimentel, Mário Jorge De Seixas (2013). *Numerical Modelling for Safety Examination of Existing Concrete Bridges*.
- CEN. (2010). *Eurocódigo 2 - Projeto de Estruturas de Betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*.
- RSA. (1983). *Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios e Pontes*. Porto Editora, Portugal.

- CEN. (2009). *Eurocódigo 1: Ações em estruturas - Parte 1-1: Ações Gerais- pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios*.
- Barros, Helena; Figueiras, Joaquim. (2010). *Tabelas e Ábacos de dimensionamento de seções de betão solicitados à flexão e a esforços axiais segundo o Eurocódigo 2*. FEUP edições, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- ACI. (2008). *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11)*. American Concrete Institute, U.S.A..
- Figueiras, Joaquim De Azevedo. (1993). *Curso de formação - Dimensionamento de estruturas de betão pré-esforçado - Capítulo 2*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Figueiras, Joaquim De Azevedo. (1997). *Verificação aos Estados Limites de Utilização - Capítulo 1*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- British Standard, (1997). *Structural use of concrete - Part 1: Code of practice for design and construction*. 2º edition, Standards Board.